

**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
CENTRO UNIVERSITARIO DE ORIENTE
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA Y ADMINISTRACIÓN EDUCATIVA**

Aplicación de la metodología de Robert Marzano en el área de Matemáticas en sexto magisterio de educación primaria de la Escuela de Educación Diversificada, del municipio de Esquipulas, departamento de Chiquimula.

Trabajo de Graduación
(Sistematización)

ANGELICA LEMUS

CHIQUMULA, GUATEMALA, JULIO 2015

**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
CENTRO UNIVERSITARIO DE ORIENTE
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA Y ADMINISTRACIÓN EDUCATIVA**

Aplicación de la Metodología de Robert Marzano en el área de Matemáticas en sexto magisterio de educación primaria de la Escuela de Educación Diversificada, del municipio de Esquipulas, departamento de Chiquimula.

**Trabajo de Graduación
(Sistematización)**

Sometido a consideración del Honorable Consejo Directivo

Por:

ANGELICA LEMUS

**Al conferírsele el grado académico de
Licenciada en Pedagogía y Administración Educativa**

CHIQUIMULA, GUATEMALA, JULIO 2015

**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
CENTRO UNIVERSITARIO DE ORIENTE
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA Y ADMINISTRACIÓN EDUCATIVA**



**RECTOR
Dr. CARLOS GUILLERMO ALVARADO CEREZO**

CONSEJO DIRECTIVO

Presidente:	M.Sc. Nery Waldemar Galdámez Cabrera
Representante de Profesores:	M.Sc. José Leonidas Ortega Alvarado
Representante de Profesores:	Lic. Zoot. Mario Roberto Suchini Ramírez
Representante de Graduados:	Lic. Zoot. Oscar Augusto Guevara Paz
Representante de Estudiantes:	Br. Carla Marisol Peralta Lemus
Representante de Estudiantes:	PAE. Alberto José España Pinto
Secretaria:	Licda. Marjorie Azucena González Cardona

AUTORIDADES ACADÉMICAS

Coordinador Académico:	Ing. Agr. Edwin Filiberto Coy Cordon
Coordinador de Carrera:	M.A. Edwin Rolando Rivera Roque

ORGANISMO COORDINADOR DE TRABAJOS DE GRADUACIÓN

Presidente:	Licda. Karina Mariela Guerra Jordán
Secretaria:	Licda. Enma Yolanda Zeceña Reyes
Vocal:	Lic. Balvino Chacón Pérez

**JURADO QUE PRACTICÒ LA EVALUACIÓN DEL INFORME FINAL DEL
TRABAJO DE GRADUACIÓN**

Presidente:	M.A. Edwin Rolando Rivera Roque
Secretaria:	Licda. Nuria Arelí Cordon Guerra
Vocal:	M.A. Claudia Verónica Pérez de Cetino

(Únicamente la autora es responsable del contenido, originalidad y autenticidad de los datos aportados, opiniones y doctrina sustentada en el presente trabajo de graduación)



Chiquimula, 17 de octubre de 2014

Maestro
Nery Waldemar Galdámez Cabrera
Director Centro Universitario de Oriente

Señor Director:

En virtud del nombramiento emitido por el Consejo Directivo de este centro de estudios superiores, en el cual se me nombra como Profesora de Mérito, en la Carrera de Licenciatura en Pedagogía y Administración Educativa, procedí a asesorar la realización del informe final de sistematización; realizado en el Centro Universitario de Oriente por la Estudiante **Angelica Lemus**.

Después de incorporar las recomendaciones realizadas por la terna que practicó el Examen Privado de Graduación; en mi opinión, el informe realizado por la estudiante **Angelica Lemus**, cumple con los requisitos formales mínimos exigidos por la Universidad de San Carlos de Guatemala. Por lo expuesto anteriormente, recomiendo a quien corresponda, se acepte como requisito parcial previo a optar al grado de Licenciada en Pedagogía y Administración Educativa.

Atentamente,

ID Y ENSEÑAD ATODOS

Licenciada Helen Yohana Pérez Méndez

ASESORA

c.c. Archivo

D-TG-P-041/2015

EL INFRASCRITO DIRECTOR DEL CENTRO UNIVERSITARIO DE ORIENTE DE LA UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA, POR ESTE MEDIO HACE CONSTAR QUE: Conoció el Trabajo de Graduación que efectuó la estudiante **ANGÉLICA LEMUS** titulado **"APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA DE ROBERT MARZANO EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS EN SEXTO MAGISTERIO DE EDUCACIÓN PRIMARIA DE LA ESCUELA DE EDUCACIÓN DIVERSIFICADA, DEL MUNICIPIO DE ESQUIPULAS, DEPARTAMENTO DE CHIQUIMULA"**, trabajo que cuenta con el aval de su Asesor y del Organismo Coordinador de Trabajos de Graduación, de la carrera de Pedagogía. Por tanto, la Dirección del CUNORI con base a las facultades que le otorga las Normas y Reglamentos de Legislación Universitaria **AUTORIZA** que el documento sea publicado como **Trabajo de Graduación**, previo a obtener el grado académico de **LICENCIADA EN PEDAGOGÍA Y ADMINISTRACIÓN EDUCATIVA**.

Se extiende la presente en la ciudad de Chiquimula, a seis de julio del dos mil quince.

"ID Y ENSEÑAD A TODOS"



MSc. Nery Waldemar Galdámez Cabrera

**DIRECTOR
CUNORI - USAC**



c.c. Archivo

NWGC/ars

COORDINATURA GENERAL DE LA CARRERA DE PEDAGOGÍA Y ADMINISTRACIÓN EDUCATIVA, DEL CENTRO UNIVERSITARIO DE ORIENTE DE LA UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA: Chiquimula, 21 de mayo de dos mil quince. -----

ASUNTO: Solicitud de impresión del informe final de trabajo de graduación intitulado: **“Aplicación de la metodología de Robert Marzano en el área de matemáticas en sexto magisterio de educación primaria de la Escuela de Educación Diversificada, del municipio de Esquipulas, departamento de Chiquimula”** que para optar al grado académico de Licenciada en Pedagogía y Administración Educativa, presenta la estudiante **Angelica Lemus**, quien fuera asesorada por la Licenciada Hellen Yohana Pérez Méndez.-----

PROVIDENCIA: PED-048/2015

Siendo que en opinión de esta Coordinación, el informe final de graduación presentado, cumple con los requisitos formales mínimos establecidos por el normativo específico; atentamente pase a la Dirección de esta unidad académica, para que se sirva autorizar la impresión del informe de mérito.

ID Y ENSEÑAD A TODOS


Edwin Rolando Rivera Roque
COORDINADOR GENERAL



c.c. Archivo

AGRADECIMIENTO

A DIOS

Padre Todopoderoso, que me dio la oportunidad de estudiar la Licenciatura en Pedagogía. Gracias Señor por darme la sabiduría, paciencia, fortaleza y perseverancia para culminar mis estudios y porque en ningún momento me dejaste sola. Además quiero manifestar mi agradecimiento a la Virgen María por su bendita intercesión hacia el padre celestial. Gracias Señor Jesús te amo con todo mi corazón.

A MI FAMILIA Y AMISTADES

Gracias porque siempre estuvieron apoyándome en el proceso. En especial a mi mamá y mis hermanos, Dios les bendiga siempre. Además, a mis amigas profesoras y amigos profesores: Elizandra Lemus, Reinita Ramírez, Reina Mata, Heidy Peralta, Cledia Lemus, Edna Acevedo, Mildred Pérez, Ana Beatriz Castañeda, Margarita Portillo, Jacqueline Arévalo, Sandy Cruz, Selvin del Cid, Beatriz Samayoa de Ponce, Leonel Salguero y José Antonio Pérez. Gracias por su apoyo los quiero mucho.

A CUNORI SEDE ESQUIPULAS

Por abrirme las puertas para ingresar a sus aulas y así lograr mi formación académica y profesional.

A MIS DOCENTES

Por acompañarme en el proceso de aprendizaje. Gracias queridos (as) licenciados (as) por compartir sus conocimientos y experiencias; además gracias por el apoyo incondicional para la culminación de la carrera. Qué Dios les bendiga.

A MI ASESORA	Licda. Helen Pérez de García, que gustosamente me brindó asesoría para mi informe final; gracias y que Dios le multiplique sus esfuerzos.
INSTITUCIÓN EDIVER	Templo del saber, que me abrió las puertas para poder realizar mi proyecto de sistematización. Que Dios les bendiga siempre.
A LAS LICDAS.: MILAGRO DE RECINOS CELESTE GÓMEZ EDNA ACEVEDO	Mis distinguidas madrinas. Por su apoyo incondicional en la realización de este trabajo de graduación.
AL LIC. EDWIN RIVERA	Por su orientación en las correcciones de este proyecto de sistematización.
A ESCUELA PEDRO NUFIO	Por su apoyo incondicional durante este proceso.

RESUMEN

Para Jara (1994, p. 22), la sistematización es *“aquella interpretación crítica de una o varias experiencias, que, a partir de su ordenamiento y reconstrucción, descubre o explícita la lógica del proceso vivido, los factores que han intervenido en dicho proceso, cómo se han relacionado entre sí, y por qué lo han hecho de ese modo”*.

La reconstrucción y análisis crítico realizado giró en torno a la aplicación de la metodología de Robert Marzano en el reforzamiento de los contenidos del área de matemáticas.

Se estableció como objetivo general: Sistematizar el proceso de reforzamiento del área de Matemáticas en el grado de sexto magisterio de educación primaria de la Escuela de Educación Diversificada, ubicada en el municipio de Esquipulas, departamento de Chiquimula, utilizando la metodología de Robert Marzano. Los objetivos específicos fueron: a) Estructurar en forma lógica y ordenada los resultados de aplicación de las dimensiones del aprendizaje de la metodología de Robert Marzano en un informe escrito, b) Analizar la metodología tradicional de la enseñanza de la matemáticas con la metodología de Robert Marzano y c) Elaborar una compilación de ejercicios de reforzamiento matemático donde se aplique la metodología de Robert Marzano.

Las lecciones aprendidas se especificaron en dos categorías: 1) La primera se refirió a las enseñanzas de las dimensiones del aprendizaje de la metodología seleccionada. Las lecciones extraídas fueron: a) Promover la participación activa en la lógica matemática de los y las estudiantes en todas las actividades planeadas y realizadas. Lograr la participación en los y las estudiantes fue fundamental para que los aprendizajes fueran efectivos en el área de matemáticas. b) Otorgar el papel protagónico a las y los alumnos permitió que fueran productores de su propio aprendizaje.

Las actividades grupales facilitaron el aprendizaje, porque se resolvieron dudas entre los mismos compañeros y compañeras, además el aprendizaje fue compartido.

c) Crear buenas relaciones humanas con los y las estudiantes, estableció el clima adecuado para el desarrollo de habilidades y destrezas tanto cognoscitivas como cordiales. 2) La segunda categoría se refirió al proceso de sistematización. Los aprendizajes derivados fueron: a) El proceso de sistematización no establece un modo específico para sistematizar porque cada experiencia es única e irrepetible, pero sí conviene como requerimiento necesario la participación en la experiencia; b) La sistematización de esta experiencia fue la observancia profunda del acto educativo que se utilizó para generar conocimiento en el área de matemáticas que tiene como propósito la innovación del contexto; c) Para obtener y registrar información, las fuentes iconográficas y el diario pedagógico fueron las herramientas más utilizadas.

Con base a lo anteriormente señalado, se obtuvo como conclusión lo siguiente: El proceso de reforzamiento de los contenidos matemáticos con los y las estudiantes graduandos de la carrera de magisterio de educación primaria fue una guía que sirvió de base para analizar las experiencias que se vivieron en el proceso de aprendizaje matemático.

La metodología de Robert Marzano sirve para reemplazar las tediosas clases magistrales, poco participativas y en las que se repite mecánicamente la resolución de ejercicios. La compilación de ejercicios de reforzamiento matemático persigue consolidar de manera significativa los conocimientos y las destrezas aprendidas centradas en los intereses del alumnado y como medio para evaluar las enseñanzas.

ÍNDICE GENERAL

	Página
RESUMEN	IX
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I	
MARCO METODOLÓGICO	
1.1 Tema	2
1.2 Planteamiento de problema	2
1.3 Objeto de sistematización	3
1.4 Justificación	3
1.5 Objetivos	4
1.5.1 General	4
1.5.2 Específicos	4
1.6 Precisión del eje de sistematización	5
1.7 Definición de población y muestra a ser estudiada	5
1.7.1 Población	5
1. 7.2 Muestra	5
1.8. Propuesta del método de sistematización o momentos metodológicos	5
1.8.1 Etapa diagnóstica	6
1.8.2 Etapa de planificación	6
1.8.3 Etapa de recuperación de análisis e interpretación de resultados	7
1.9. Métodos e Instrumentos para la recuperación, análisis e interpretación del contenido	7

CAPÍTULO II

MARCO REFERENCIAL

<i>2.1.1 Nombre</i>	<i>10</i>
<i>2.1.2 Ubicación</i>	<i>10</i>
<i>2.1.3 Historia de la institución</i>	<i>11</i>
<i>2.1.4 Visión y misión</i>	<i>11</i>
<i>2.1.5 Objetivos organizacionales</i>	<i>12</i>
<i>2.1.6 Políticas organizacionales</i>	<i>12</i>
<i>2.1.7 Valores corporativos</i>	<i>12</i>
<i>2.1.9 Gerenciamiento</i>	<i>13</i>
<i>2.1.10 Usuarios</i>	<i>13</i>
<i>2.1.12 Organización</i>	<i>13</i>
<i>2.1.14 Número de empleados por departamento</i>	<i>13</i>
<i>2.2 Marco teórico</i>	<i>13</i>
<i>2.2.1 Estado del arte</i>	<i>13</i>
<i>2.2.2 Fundamentos teóricos</i>	<i>17</i>

CAPÍTULO III

PRESENTACIÓN Y REFLEXIÓN CRÍTICA SOBRE LOS RESULTADOS

<i>3.1 Fase previa</i>	<i>27</i>
<i>3.2 Fase inicial</i>	<i>27</i>
<i>3.3 Fase de desarrollo</i>	<i>25</i>
<i>3.3.1 Técnicas de participación</i>	<i>28</i>
<i>3.3.2 Metodología de Robert Marzano</i>	<i>29</i>
<i>3.3.3 Participación activa</i>	<i>32</i>
<i>3.3.4 Actividades</i>	<i>33</i>
<i>3.3.5 Material didáctico</i>	<i>35</i>

3.3.6 Rol de las y los actores	38
3.3.6 Rol de las y los estudiantes	36
3.3.7 Rol de la docente	39
3.3.8 Otros factores	40
3.3.9 Procesos y momentos significativos	42
3.4 Fase de cierre	44

CAPITULO IV

LECCIONES APRENDIDAS

4.1 En relación a la participación activa	45
4.2 En relación a las actividades	45
4.3 En relación al material didáctico	46
4.4 En relación al rol de los y las estudiantes	46
4.5 En relación a las actividades no previstas	47
4.6 En relación al proceso de sistematización	47
4.7 En relación a la metodología de Robert Marzano	48
CONCLUSIONES	49
RECOMENDACIONES	50
BIBLIOGRAFÍA	51
APÉNDICES	53
ANEXOS	157

INTRODUCCIÓN

La sistematización es un proceso constante y aditivo de elaboración de conocimiento luego de la experiencia en una realidad específica (Rotoero Ruíz, 2001). La Sistematización del Ejercicio Profesional Supervisado en el área de Matemáticas realizada en el grado de sexto magisterio de educación primaria de la Escuela de Educación Diversificada, del municipio de Esquipulas, departamento de Chiquimula fue de gran importancia para analizar las experiencias vividas en la aplicación de la metodología de Marzano con los y las estudiantes.

El presente informe está conformado por capítulos, detallados de la siguiente forma: El capítulo I contiene el marco metodológico, que enmarcó la experiencia: el planteamiento del problema, la justificación, objeto, eje y objetivos de sistematización, definición de población, y descripción de los instrumentos utilizados para la recuperación, análisis e interpretación del contenido. Se incluyeron también las etapas de diagnóstico, planificación, análisis e interpretación de los resultados. El capítulo II contiene el marco referencial, que se refiere a los datos generales de la institución: reseña histórica, misión, visión, objetivos, políticas y valores de la institución. Seguidamente en el capítulo III se describe la presentación y reflexión crítica sobre los resultados obtenidos. Se incluye en el capítulo IV las lecciones aprendidas en el proceso de la sistematización. Además forman parte del presente informe las conclusiones, las recomendaciones, las referencias bibliográficas, los apéndices y los anexos.

CAPÍTULO I

MARCO METODOLÓGICO

El marco metodológico está conformado por el tema y planteamiento del problema que se trabajó en la sistematización, sin dejar a un lado el objeto de la misma. Además, está integrada la justificación; sin obviar el objetivo general y los específicos que fueron el apoyo del presente trabajo. Se encuentra el eje de sistematización, que fue el hilo conductor que ordenó todo el proceso. Es importante precisar los momentos metodológicos de dicho proceso y los instrumentos que se utilizaron para sistematizar.

1.1 Tema

Aplicación de la metodología de Robert Marzano en el área de matemáticas realizada en el grado de sexto magisterio de educación primaria de la escuela de educación diversificada, del municipio de Esquipulas, departamento de Chiquimula.

1.2 Planteamiento del problema

En la Escuela de Educación Diversificada “EDIVER” las y los alumnos graduandos de la carrera de Magisterio de Educación Primaria no contaban con un programa de reforzamiento en el área de matemáticas, previo a la evaluación diagnóstica a los graduandos, realizada por el Ministerio de Educación, a través de la cual se mide la calidad educativa de los alumnos y alumnas en el área de matemáticas.

El programa de reforzamiento contribuyó a mejorar el rendimiento de los y las estudiantes graduandos de la carrera de Magisterio de Educación Primaria y ha obtener mejores resultados en la prueba de una de las áreas tan importantes como lo es la matemática.

1.3 Justificación

Dentro de la política educativa “avanzar hacia una educación de calidad”, el Ministerio de Educación prioriza la calidad de educación para todos sin excepción y como parte del monitoreo de la calidad se creó la Dirección General de Evaluación e Investigación Educativa (DIGEDUCA), como encargada de ejecutar procesos de evaluación e investigación que produzcan insumos para la adecuada toma de decisiones. (MINEDUC, Guatemala, 2009).

Para la promoción de aprendizajes del área de matemáticas, la o el docente debe tener presente que no existe una manera única de aprender, por lo tanto debe estar en la capacidad de desarrollar estrategias pedagógicas diferenciadas y adaptadas a los distintos ritmos y estilos de aprendizaje de sus alumnas y alumnos.

1.4 Objeto de sistematización

Experiencia del Ejercicio Profesional Supervisado en el área de matemáticas en el grado de sexto magisterio de Educación Primaria de la Escuela de Educación Diversificada, durante los meses de enero a junio del año 2014.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo general

Sistematizar la metodología de Robert Marzano en el área de matemáticas en el grado de sexto magisterio de educación primaria de la Escuela de Educación Diversificada, del municipio de Esquipulas, departamento de Chiquimula.

1.5.2 Objetivos específicos

- a) Estructurar en forma lógica y ordenada los resultados de aplicación de las dimensiones del aprendizaje de la metodología de Robert Marzano en un informe escrito.
- b) Analizar la metodología tradicional de la enseñanza del área de matemáticas con la metodología de Robert Marzano.
- c) Elaborar una compilación de ejercicios de reforzamiento matemático donde se apliquen las dimensiones de la metodología de Robert Marzano.

1.6 Precisión del eje de sistematización

Metodología de Robert Marzano en el proceso de reforzamiento del área de matemáticas.

1.7 Definición de población y muestra a ser estudiada

1.7.1 Población

La Escuela de Educación Diversificada “EDIVER” cuenta con una población de 118 estudiantes conformada por 95 mujeres y 23 hombres.

1.7.2 Muestra

Para el presente estudio se tomaron en cuenta los alumnos y alumnas graduandos de sexto Magisterio de Educación Primaria distribuidos y distribuidas de la siguiente manera:

Cuadro 1. Distribución de la muestra

Sección	Femenino	Masculino	Total
A	32	5	37
B	26	6	32
Total estudiantes			69

Fuente: Elaboración propia con base en información recopilada.

1.8 Propuesta del método de sistematización o momentos metodológicos

El método utilizado fue el prospectivo, porque se analizó la experiencia vivida para procesos futuros en la toma de decisiones. Una tipología de los procesos de sistematización en función del momento de ejecución fue la sistematización prospectiva que en este caso se eligió por ser la más vinculada al objetivo general de la presente.

Un aspecto importante de hecho el más relevante a considerar, es que el procedimiento permitió recopilar datos en el momento preciso de la aplicación de la metodología. Para ello, la tarea de documentación se hizo de manera continua durante el desarrollo de la experiencia.

Durante la realización de la sistematización, se logró analizar las experiencias de la aplicación de la metodología de Robert Marzano en el aprendizaje del área de matemáticas.

El proceso de sistematización se dividió en tres etapas, las cuales fueron:

1.8.1 Etapa diagnóstica

Es importante mencionar que para seleccionar el tema de la sistematización se hizo una encuesta con respuestas claves, la cual buscaba conocer el grado de importancia del proceso de reforzamiento en el aula. La encuesta se realizó a estudiantes del último año de la carrera de magisterio de educación primaria que se graduaron en el año dos mil trece (Apéndice 1). Además se realizó una encuesta a 69 estudiantes de sexto magisterio de educación primaria, para verificar el nivel de conocimiento que poseían sobre el área de matemáticas (Apéndice 2).

1.8.2 Etapa de planificación

La sistematización, como todo proceso, se apoyó de una planificación, la cual estuvo conformada por el objetivo general y los objetivos específicos que se plantearon al inicio, para visualizar de manera ordenada y lógica cada una de las actividades que se realizaron con los y las estudiantes.

1.8.3 Etapa de recuperación, análisis e interpretación del contenido

Durante esta etapa se procedió a recuperar información, por medio de la selección de diferentes instrumentos de recolección de datos.

Además determinó fortalezas y debilidades en el proceso de aprendizaje para reorientarlo. Asimismo, fue importante el análisis de las dimensiones del aprendizaje de la metodología de Robert Marzano, para validar la importancia que tiene este recurso de enseñanza.

1.9. Instrumentos para la recuperación, análisis e interpretación del contenido

Los instrumentos que se utilizaron para el registro, recuperación, análisis e interpretación del contenido del presente informe fueron de gran beneficio para la realización del proceso, además permitieron registrar las situaciones más vividas en el proceso de aplicación de la metodología de Marzano. Estos instrumentos se detallarán a continuación:

1.9.1 Observación

Es la observación que realiza un miembro de un mismo grupo sobre el resto. La interacción entre el observador y lo observado es total. (Acosta, 2005). Se utilizó para registrar experiencias desarrolladas en el aula en la interacción docente y estudiantes.

1.9.2 Diario de campo

El Diario de Campo es uno de los instrumentos que día a día nos permite sistematizar nuestras prácticas investigativas; además, nos permite mejorarlas, enriquecerlas y transformarlas. (Martínez, 2007). Es un registro que se llevó en un cuaderno de notas donde se plasmaron las actividades realizadas durante el proceso de aprendizaje.

1. 9.3 Fuentes iconográficas

Son instrumentos que se utilizaron para la observación de las experiencias que se vivieron en el proceso, tal es el caso de las fotografías con las cuales fue más fácil recopilar y analizar todos aquellos sucesos relevantes en el desarrollo del proceso de sistematización.

1.9.5 La pregunta

Las preguntas sirven para interrogar la evolución de la experiencia e identificar los factores que han influido en la misma. (Martínez, 2007). La pregunta sirvió como instrumento para obtener información sobre las experiencias obtenidas en el proceso del reforzamiento del área de matemáticas.

1.9.6 Cuadro positivo negativo interesante

Es un cuadro analítico que permitió determinar los resultados de cada actividad. Se registraron los aspectos positivos, negativos e interesantes de cada acción que se realizó en la sistematización.

1.9.7 Fortalezas, oportunidades, debilidades, y amenazas del aula (FODA)

Que ayudó a saber la situación actual del salón de clase con respecto a la ventilación, el espacio adecuado para los estudiantes, la iluminación y el número de alumnos y alumnas en el aula. Es decir, se identificaron las fortalezas, oportunidades, debilidades y amenazas que se presentan dentro del aula.

CAPÍTULO II

MARCO REFERENCIAL

El marco referencial contiene la información relevante de la institución educativa donde se realizó el proceso de sistematización. Esta información fue extraída del Proyecto Educativo Institucional (PEI), proporcionado por la directora del centro educativo. Además, fue importante tomar en cuenta para este capítulo el marco teórico, que está conformado por el estado del arte; que es un antecedente del proceso de reforzamiento del área de matemáticas que hubo con anterioridad en la institución y los resultados de las pruebas de los estudiantes graduandos en los años anteriores. Es importante recalcar los fundamentos teóricos que incluyen el área de matemáticas, las dimensiones del aprendizaje de Robert Marzano, la metodología tradicional y de Robert Marzano en la enseñanza del aprendizaje matemático.

2.1 Marco contextual

La información que a continuación se presenta se extrajo del PEI año 2008.

2.1.1 Nombre

Escuela de Educación Diversificada, Esquipulas, Chiquimula.

2.1.2 Ubicación

6ta. Av. 6-99 de la zona 1. Barrio San Joaquín.

2.1.3 Historia de la institución

La Escuela de Educación Diversificada EDIVER, nace en el 1977 en el municipio de Esquipulas, gracias a la iniciativa de los profesores, Jorge Valdés Monroy, Alfonso López, Zoila Cáceres de López y Elvia Cáceres de Recinos. En

1990 el derecho de llave de la institución es adquirido por los esposos Jorge Recinos y Milagro Acevedo de Recinos, siendo ellos actualmente los propietarios del establecimiento.

La Escuela de Educación Diversificada EDIVER se ha proyectado a la comunidad esquipulteca durante 37 años, formando a muchos maestros y maestras quienes a través de estos años han desempeñado un papel fundamental dentro de la comunidad educativa. Es además la Escuela pionera y líder en la formación de docentes del municipio de Esquipulas.

La escuela inscribe en su primer año un total de cuarenta estudiantes y fue incrementándose de tal manera que a la fecha atiende más de 120 estudiantes (4to. y 5to. Bachillerato en Ciencias y Letras con Orientación en Educación y (6to. Magisterio de Educación Primaria).

2.1.4 Visión y misión

a) Visión

Ser una institución educativa altamente calificada y reconocida a nivel nacional e internacional, formando formadores con principios y valores, capaces de construir su propio proyecto de vida y que contribuyan al desarrollo de la comunidad.

b) Misión

Nuestro propósito es fortalecer la formación de formadores con identidad, principios, valores y que respondan a las exigencias de la calidad educativa apoyados en los avances tecnológicos, basados en una realidad sociocultural, étnica, con sentido de responsabilidad social fortaleciendo la capacidad de organización y participación, mediante actualizaciones para la excelencia en el logro de aprendizaje y destrezas que faciliten la inserción en un mundo globalizado y cambiante.

2.1.5 Objetivos organizacionales

- a) Implementar una metodología acorde a las necesidades y expectativas del formador de formadores.
- b) Las grandes metas propuestas por el Ministerio de Educación y que la comunidad educativa de la institución espera alcanzar para los próximos años.
- c) Servir a la comunidad educativa en la formación de los futuros docentes para que sigan dando frutos en el quehacer educativo.

2.1.6 Políticas organizacionales

- a) Darle al estudiante la mayor cantidad de oportunidades dentro del marco legal para que pueda cumplir su labor didáctica-docente.
- b) Tener un personal altamente calificado, capacitado con la mística docente para la formación de los futuros profesionales en el campo de la educación.

2.1.7 Valores corporativos

Los valores son concepciones o ideas prácticas humanas indispensables para afirmar el sentido de la vida, porque promueven una convivencia que beneficia a todos, sin distinción y que ayudan a configurar la personalidad moral de los y las estudiantes que les permitirá desarrollarse como ciudadanos y ciudadanas, críticos y responsables en la construcción de un mundo mejor. Entre los valores que se practican están:

- **Personales**
- **Valores sociales y cívicos**
- **Valores éticos**
- **Valores culturales**
- **Valores ecológicos**

2.1.8 Gerenciamiento

En la institución hay un sistema de control académico que es el encargado de revisar las planificaciones de los catedráticos, controla la asistencia de los docentes a cada período de clase que les corresponde y verifica si se están cumpliendo con las competencias propuestas en cada una de las planificaciones.

2.1.9 Usuarios

La Escuela de Educación Diversificada EDIVER cuenta con 120 alumnos y alumnas que se están formando en las carreras de Bachillerato en Ciencias y Letras con Orientación en Educación y Magisterio de Educación Primaria además de los alumnos y alumnas cuenta con padres y madres de familia, personal técnico y administrativo, docente y operativo.

2.1.10 Organización

La Escuela de Educación Diversificada EDIVER es la institución que se dedica a la formación de formadores y que preocupada por ofrecer una educación de calidad, ha tomado en cuenta las propuestas emanadas del Ministerio de Educación enmarcadas en la transformación curricular.

2.1.11 Número de empleados

El número de empleados a cargo de la directora son quince docentes y tres operativos.

2.2 Marco teórico

2.2.1 Estado del arte

Es una de las primeras etapas que debe desarrollarse dentro de una investigación, puesto que su elaboración, que consiste en ir tras las huellas del tema que se pretende investigar, permite determinar cómo ha sido tratado el tema, cómo se encuentra en el momento de realizar la propuesta de investigación y cuáles son las

tendencias. Para su elaboración, es recomendable establecer un período de tiempo, de acuerdo con los objetivos de la investigación.

a) Resultados obtenidos en los últimos siete años en el departamento de Chiquimula

El Ministerio de Educación a partir del año 2004 ha venido realizando las pruebas diagnósticas con el propósito de determinar el rendimiento académico de los y las estudiantes del último año de carrera, según los estándares educativos establecidos como parámetros en los diferentes niveles del sistema educativo.

En los últimos siete años se registran en el departamento de Chiquimula resultados poco halagadores, de las y los estudiantes del último de carrera año de los diferentes niveles educativos. A continuación se presentan los resultados obtenidos desde el año 2006 hasta el 2012.

Cuadro 2. Resultados obtenidos de alumnos y alumnas del último año de carrera que alcanzaron el Logro en el área de matemáticas en las pruebas diagnósticas.

AÑO	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Porcentaje de estudiantes graduandos que alcanzó el Logro en Matemáticas	1.57%	2.94%	1.45%	0.44%	2.52%	5.43%	4.96%

Fuente: MINEDUC, Guatemala, Informe de Evaluación de Graduandos, 2012

Según esta información, en el año dos mil once fue donde se alcanzó el logro más alto en el área de matemáticas.

El logro esperado está formado por el porcentaje de estudiantes que se encuentran en los niveles satisfactorio y excelente. Los estudiantes ubicados en este nivel poseen la habilidad esperada al finalizar el grado para resolver las actividades de evaluación planteadas en las pruebas nacionales de matemáticas.

b) Tendencias de los niveles de Logro 2006-2012 en el departamento de Chiquimula

En la siguiente tabla se presentan los resultados de los porcentajes de estudiantes graduandos que alcanzaron el logro por niveles de desempeño esperado por el Ministerio de Educación en el área de matemáticas a partir del año 2006 hasta el 2012.

Cuadro 3: Porcentaje de estudiantes graduandos según los niveles de desempeño en Matemáticas del 2006 al 2012 en el departamento de Chiquimula.

AÑO	Insatisfactorio	Debe Mejorar	Satisfactorio	Excelente	No reportan forma
2006	43.66%	49.37%	1.43%	0.05%	5.49%
2007	56.09%	40.77%	2.31%	0.62%	0.21%
2008	67.86%	30.69%	1.03%	0.42%	0.0 %
2009	76.22%	22.73%	0.22%	0.22%	0.61%
2010	67.12%	30.29%	1.41%	1.11%	0.07%
2011	65.25%	29.21%	3.08%	2.34%	0.11%
2012	67.71%	26.84%	2.53%	2.40 %	0.51%

Fuente: MINEDUC, Guatemala, Informe de Evaluación de Graduandos

Según esta información, en el año dos mil doce los y las estudiantes graduandos mejoraron levemente su nivel de desempeño según se observa en la tabla a un 2.40 % con la calificación de excelente, sin embargo en ese mismo año paradójicamente también se alcanzó un 67.71% de insatisfactorio con lo que se demuestra los bajos niveles de rendimiento de los y las estudiantes graduandos en esta área.

Cuadro 4. Cuadro comparativo de logros alcanzados en el área de matemáticas por rama de enseñanza.

Porcentaje de estudiantes que alcanzó el nivel de Logro en Matemáticas por rama de enseñanza año 2012					
A nivel deptal. /nacional	Magisterio	Bachillerato	Perito Contador	Secretariado	Técnico
En el departamento de Chiquimula	3.29%	5.81%	6.42%	0.0 %	5.00 %
A nivel nacional	4.05%	9.82%	6.55%	1.2 %	9.47%

Fuente: MINEDUC, Guatemala, Informe de Evaluación de Graduandos, 2012

Según la presente información, la carrera de Perito Contador tiene el mejor porcentaje a nivel departamental, la de Bachillerato tiene el mejor porcentaje en los resultados de la pruebas de matemáticas a nivel nacional en el año dos mil doce.

Cuadro 5. Porcentajes de estudiantes en los últimos cuatro años en la Escuela de Educación Diversificada “EDIVER” Esquipulas, Chiquimula.

Resultados de evaluación de graduandos años 2010 al 2013 Escuela de Educación Diversificada			
2010	2011	2012	2013
0%	3.85%	5.8%	5.41%

Fuente: Elaboración propia con base a información recopilada en una reunión de de personal del centro educativo.

c) Procesos de reforzamiento implementados en a institución

En la Escuela de Educación Diversificada EDIVER hace algunos años se realizó un proceso de reforzamiento del área de matemáticas con los y las estudiantes que se prepararon ese año para las evaluaciones emitidas por el Ministerio de Educación.

El problema que se presentó fue que el refuerzo se realizó con los y las estudiantes tres meses antes de someterse a la prueba de matemáticas, pero lamentablemente el resultado fue insatisfactorio, quizá por el poco tiempo que se les impartió dicho proceso.

Además, otra de las causas de dichos resultados fue que cuando se sometieron a dichas evaluaciones los y las estudiantes sabían por parte de las autoridades inmediatas del establecimiento que la evaluación solo era un requisito para imprimir su título y no era vinculante para poder graduarse. Por tal razón, los alumnos y alumnas no pusieron el interés debido a dicha evaluación no solo del área de matemáticas sino también en la prueba de lenguaje.

2.2.2 Fundamentos teóricos

2.2.1 Área de matemáticas

El área de matemáticas tiene la finalidad de afianzar y ampliar las competencias relacionadas con el análisis, razonamiento y comunicación eficaz de las ideas cuando los y las estudiantes se plantean, formulan, resuelven e interpretan problemas matemáticos en una variedad de contextos. En este sentido se espera que el y la estudiante muestre que es capaz de saber leer y escribir bien, así como saber escuchar con atención y hablar correctamente el lenguaje de la matemática. En este sentido saber leer y escribir correctamente, significa, estar en la capacidad de leer físicamente y comprender lo que se lee, pudiendo hacer un breve resumen oral o escrito de lo que se ha leído. Saber escribir significa poder plasmar, mediante la escritura gráfica, un pensamiento. Además debe poder entender y comprender lo que lee en el lenguaje de las matemáticas elementales para este nivel.

El área tiene por propósito, adicionalmente, a la formación de las aptitudes analíticas relacionadas al pensamiento creativo, el desarrollo de competencias para tomar decisiones, solucionar problemas, procesar y organizar elementos visuales y otro tipo de información. También que el o la estudiante pueda desarrollar otras cualidades personales relativas a la responsabilidad, alta autoestima, sociabilidad, gestión personal, integridad y honestidad (MINEDUC, 2006).

2.2.2 Subáreas de matemáticas

Esta área comprende las siguientes subáreas: Matemáticas 4A, Matemáticas 4B, Matemáticas 5A, Matemáticas 5B, Matemáticas y su aprendizaje I, Matemáticas y su aprendizaje II, Estadística Descriptiva, Matemática Maya 1A, Matemática Maya 1B, Matemáticas Maya 2A, Matemáticas Maya 2B, Matemáticas Maya y su aprendizaje I, Matemáticas Maya y su aprendizaje II.

Para la promoción de aprendizajes de Matemáticas y Matemáticas y su aprendizaje, la o el profesor debe tener presente que no existe una manera única de aprender, por lo tanto debe estar en la capacidad de desarrollar estrategias pedagógicas diferenciadas y adaptadas a los distintos ritmos y estilos de aprendizaje de sus alumnas y alumnos.

En el desarrollo del aprendizaje del área de matemáticas se deberá estimular todos los demás aspectos que tienen cabida en la Matemáticas: imaginación, fantasía, intuición espacial, intuición numérica, espíritu aventurero y simulación de descubrimientos, juegos, comunicación, música, etc. Además, en la medida de lo posible, debe estar contextualizado al nivel del educando y aprovechar al máximo los aportes culturales de los pueblos de Guatemala. Estimular en el estudiante, la capacidad de transformar el conocimiento que se le da teniendo en cuenta la dinámica que se ha vuelto la vida en este siglo.

Hasta donde sea posible debe fomentarse la creación de conocimiento, es decir que haga aportes sencillos sobre el tema, por lo que es tan importante que el formador de formadores enseñe a aprender, además del material del curso. Se sugiere intercalar hechos históricos del área de matemáticas y de los matemáticos más destacados, con sus aportes trascendentes al avance de esta ciencia, sin que el tema se convierta en una enumeración de fechas y nombres, esta información es marginal de naturaleza cultural (MINEDUC, 2006).

2.2.4 Metodología de Robert Marzano

La metodología de Robert Marzano es interesante, porque propicia y ayuda a dinamizar la clase y permite al estudiante experimentar y estimular su curiosidad e interés, así como la reflexión y el aprendizaje sobre temas y específicos. En esta metodología el papel del o la docente como orientador y coordinador es de suma importancia e indispensable para impulsar al alumno a usar su potencial en la

adquisición y la transmisión del conocimiento, así como la aplicación de éste en la resolución de la problemática que le vaya presentando la vida. (Pickering, 2005).

a) Primera dimensión: problematización-disposición

Remite a la generación de actitudes favorables para aprender. Ello implica que el estudiante reconozca las necesidades formativas que tiene. Equivale a una fase de problematización o interrogación sin la cual es difícil que el sujeto pueda iniciar un proceso de aprendizaje, pues el carácter de cuestionamientos, curiosidad inicial o la motivación no se genera en él y su aplicación al estudio puede obedecer finalidades no necesariamente ligadas al conocimiento. (Marzano, 1999,1).

b) Segunda dimensión: adquisición y organización del conocimiento

Dimensión que contempla las conexiones que los estudiantes hacen de la información, aquello nuevo que requiere un punto de enlace con lo ya sabido para significar algo. Así mismo, esta integración informativa se hace con base en una organización, de modo que toda información es acomodada de acuerdo a determinados esquemas. El estudiante puede aprender a incorporar información de manera significativa y a organizar esta información de diversas formas según su naturaleza y los usos que dará a la misma. Cuando se adquiere un conocimiento el primer paso es pensar en lo que ya se ha aprendido, para después incorporar el nuevo conocimiento. Posteriormente se procesará la información de tal manera que la pueda recordar en ocasiones posteriores cuando la necesite. Este proceso incluye operaciones cognoscitivas tales como unir el conocimiento nuevo con el viejo, hacer predicciones, verificarlas y proveer la información que no esté explícita. Lo que se pretende es construir significados con la información que se presente. El ciclo de aprendizaje del contenido incluye:

- ✓ Construir un significado
- ✓ Organizar
- ✓ Guardar

Para propiciar la adquisición de conocimientos es necesario involucrar a los estudiantes en actividades que los ayuden a combinar los conocimientos anteriores con la información que se está presentando; por ejemplo:

- ✓ La lluvia de idea es una actividad muy útil para cumplir este objetivo, le ayudará a percibir que es lo que sabe del tema y que es lo que le falta por aprender.
- ✓ Solicitar al estudiante que imagine lo que un tema o unidad puede tratar.
- ✓ Preguntas sobre el tema a estudiar: éstas pueden ser obvias, esto es de búsqueda rápida en el texto; otras de piensa y busca, esto es que la respuesta no está ligada a la forma como se pregunta; y las propias que el alumno se haga y que contestará de acuerdo a su propia experiencia (Marzano, 1999, 2).

c) Tercera dimensión: procesamiento de la información.

No basta organizar la información, sino que el aprender implica operar con ella, es decir, desarrollar operaciones mentales tales como, la deducción, la inducción, la comparación, la clasificación, la abstracción, operaciones todas que constituyen una base de pensamiento que habilita al sujeto para trabajar con todo tipo de información. Al igual que las primeras dimensiones, los estudiantes aprenden a problematizarse, a adquirir, a organizar y a procesar paralelamente a la apropiación informativa que realizan, pero estas dimensiones como plataforma de todo tipo de aprendizajes futuros son la parte más duradera, el pedestal del aprender.

Las operaciones mentales se utilizan para ayudar al estudiante a desarrollar sus conocimientos y habilidades, para convertirlas en maneras nuevas e inusuales, extendiéndolas y refinándolas, dando origen a nuevas formas de aprendizaje.

El uso de la deducción es frecuente en la vida diaria. Mucho de lo que se conoce acerca del mundo no fue aprendido explícitamente, pero es deducible de lo ya conocido. La inducción se define como el raciocinio que se genera a partir de la observación constante entre fenómenos, o los objetos de conocimiento para buscar la relación esencial, y por lo tanto, universal y necesaria, entre los objetos y los fenómenos. La inducción hace posible extraer conclusiones a partir de objetos de conocimiento específicos. En la enseñanza resulta importante para descubrir leyes, principios y generalidades.

Algunos ejercicios son:

- ✓ Presentar las categorías importantes para ciertos contenidos y hacer que pongan en esas categorías elementos previamente identificados por ejemplo: en matemáticas puede darles una lista de números del 1 al 100 y las categorías de números; naturales, positivos, negativos, pares, impares, etc. para que los distribuyan en las categorías antes mencionadas.
- ✓ Dar categorías a los estudiantes y pedirles que identifiquen los ejemplos o elementos que caben en cada categoría. La diferencia es que en esta técnica los estudiantes deben generar los elementos que pertenecen a cada una de las categorías.
- ✓ La abstracción es inherente a cualquier proceso cognitivo. Es la operación de separar el concepto de un todo concreto, brindando una característica sin existencia independiente. Esta separación no pertenece al orden de realidad, sino a la mente; su resultado es un concepto. Mediante la abstracción se aprende lo esencial del objeto (Marzano, 1999, 6).

d) Cuarta dimensión: aplicación de la información

El ciclo del aprendizaje se consolida en la medida que la información se pone en juego para tratar con problemas reales o posibles. Hacer prácticas, operar

los conceptos, investigar, planear el proyecto, resolver el problema y estudiar casos, entre otros ejercicios, nos permiten utilizar los conocimientos adquiridos de manera significativa. Para el significado de aprendizajes se requieren tareas multidimensionales, son tareas que involucran una variedad de pensamientos. Por ejemplo podrían incluir clasificación, inducción, abstracción y apoyo. Para desarrollar el conocimiento de los y las estudiantes y por tanto propiciar aprendizajes significativos es necesario proponer ejercicios donde se incluyan múltiples operaciones cognoscitivas:

- ✓ Investigaciones experimentales. Es el proceso de generar hipótesis para explicar fenómenos físicos y para aprobar luego su validez.
- ✓ Resolución de problemas: Es el proceso de lograr una meta a pesar de los obstáculos.
- ✓ Toma de decisiones. Es el proceso de elegir entre alternativas aparentemente iguales.
- ✓ Invención. Es el proceso de crear algo nuevo.
- ✓ Investigación. Es el proceso de llenar lagunas o resolver controversias que existen en la información (Marzano, 1999, 13).

e) Quinta dimensión: conciencia del proceso de aprendizaje- auto evaluación

El sujeto que hace conciencia de la forma como aprende, de los pasos que sigue, que controla cada dimensión y se da cuenta del trayecto de la información, las operaciones y usos de la misma, consigue un método para aprender y con ello su formación puede darse automáticamente.

Podemos decir que tener conciencia es definir: lo que sabemos y lo que ignoramos y esto nos facilita:

- ✓ La planificación de estrategias para buscar información.
- ✓ El conocimiento consciente de las estrategias que se usan para resolver problemas.
- ✓ La evaluación de la productividad del pensamiento propio y de otros.

La consciencia de los procesos de aprendizaje nos sirven para:

- ✓ Definir problemas y estrategias
- ✓ Aplicar estrategias
- ✓ Lograr la representación interna de un problema
- ✓ Distribuir recursos mentales, materiales, temporales, etc.
- ✓ Regular impulsos
- ✓ Vencer limitaciones y bloqueos mentales
- ✓ Adquirir conocimientos
- ✓ Procesar información. (Marzano, 1999, 1).

2.2.5 La metodología tradicional en la enseñanza del área de matemáticas

La metodología tradicional de la enseñanza hace que los y las estudiantes tengan la misma percepción sobre lo dificultosa que es la matemáticas. Es una realidad de la que los profesores son culpables. Está claro que, si en un examen sólo aprueba el 50 por ciento de una clase de cualquier materia, está fallando el profesor. El docente no puede resolver las equivocaciones de sus alumnos.

Es lógico que esto no suceda con otras áreas del conocimiento; lo que ocurre es que el área de matemáticas provoca situaciones con malos resultados en todos los niveles. Porque, además, tiene otra característica que no la ayuda demasiado: es abstracta. Es malo que los y las alumnos no se sientan atrapados por esta área, porque está presente en muchos procesos y productos que nos rodean en la vida cotidiana. Significa que no tendrán suficientes elementos como para entenderlos.

2.2.6 El papel del docente tradicional en la enseñanza del área de matemáticas

El primer aspecto importante para considerar es el por qué las matemáticas son la utopía para muchos estudiantes de básico, media y superior. Desde hace muchos años, se considera que el pánico a la asignatura se debe a que estas tienden a ser

difíciles, porque el y la estudiante necesita ir acumulando una serie de nociones y procedimientos, en los cuales tiene que apoyarse para construir nuevos conocimientos, pues estos procesos se enseñan de forma rápida, por lo cual los estudiantes se quedan atrás con frecuencia. Otra razón es que las matemáticas muchas veces no son bien enseñadas, porque los docentes no cuentan con una buena formación para enseñar esta área.

“Al contrario de la ciencia, poco se ha evolucionado en la manera de enseñar matemáticas, está mal que imitemos a quienes fueron nuestros maestros, con sus técnicas, repitiendo la estrategia que va del concepto al problema” (Pupo, 2010).

Se debe considerar que el área de matemáticas tienen como objetivo fundamental: desarrollar estrategias intelectuales que permitan la construcción de unas matemáticas como cuerpo de conocimientos, técnicas y procedimientos útiles para satisfacer las necesidades sociales. Finalmente, se concluye con un análisis de cómo se deberían enseñar las matemáticas en una enseñanza que promueva un conocimiento comprensivo de los alumnos hacia la disciplina.

2.2.7 El papel del docente con la metodología de Robert Marzano

La transformación de un docente en un buen docente, no es algo que se encuentre fuera de nuestro alcance, pues aquí se muestran las características, ejes y líneas de acción que dan la pauta para que un docente del siglo XX, formado en el esquema “tradicional” de educación, realice una metamorfosis hacia un nuevo docente del siglo XXI, conocedor, participe y facilitador de la adquisición de las competencias, tanto de sí mismo, las cuales servirán en su práctica docente convirtiéndola en flexible, dinámica y eficaz, culminando con la sapiencia de realizar una evaluación acertada en este nuevo campo de acción, así como la de sus estudiantes, transformándolos en personas creativas, innovadoras y críticas, siendo el docente el

medio para que estas competencias puedan alcanzar una de las principales misiones de la educación, la construcción y la asimilación del conocimiento.

Hace cien años bastaba con tener algunos conocimientos científicos y tecnológicos para sobresalir en la sociedad. A diferencia de lo que ocurría en aquellos años, hoy en día la sociedad exige mayor apropiación del conocimiento y su aplicación, ella está sometida a vertiginosos cambios que plantean continuamente nuevas problemáticas, lo cual obliga a una persona a adquirir múltiples competencias procedimentales (iniciativa, creatividad, uso de herramientas de la tecnología de información y comunicación, estrategias de resolución de problemas, trabajo en equipo, entre otras) para crear el conocimiento preciso que les permita afrontar dichos retos con éxito.

Por esta razón, hoy en día el papel de los docentes no es tanto el de "enseñar" unos conocimientos que tendrán una vigencia limitada, por el contrario su trabajo es generar conocimiento que estará siempre accesible para el que bien lo aprende. Así además los docentes deben ayudar a los estudiantes a "aprender a aprender" de manera autónoma en esta cultura del cambio y promover su desarrollo cognitivo y personal mediante actividades críticas y aplicativas, aprovechando la inmensa información disponible y las potentes herramientas tecnológicas, y así tengan en cuenta sus características (formación centrada en el alumno y alumna) y les exijan un procesamiento activo e interdisciplinario de la información para que construyan su propio conocimiento y no se limiten a realizar una simple recepción pasiva y solo la memorización de la información.

La importancia de tener en cuenta los niveles de procesamiento del conocimiento, radica en que para acceder a un conocimiento nuevo se debe partir de uno ya bien sustentado, o por lo menos tener una semejanza de la cual partir para poder hacer los acomodos cognitivos; posteriormente se debe comprender lo que se pretende conocer, pues si no le encontramos sentido a los pasos del método, difícilmente lo podremos recordar en un futuro para acceder a otro nivel de conocimiento y habrá en el último de los casos que practicar muchas veces el proceso para medianamente dominarlo.

Después es importante el análisis, pues es a partir de este que se descarta lo que no es tan trascendente del nuevo conocimiento, para memorizar y dominar los aspectos más importantes y “significativos”, partiendo de la idea de que es muy difícil recordar toda la información tal y como se nos presenta; finalmente y lo más importante es la utilización del conocimiento, pues a final de cuentas es más productiva una persona que exprime al máximo su “mediano” conocimiento que quien no le da aplicabilidad a su “excelente” memoria. (Córdova, 2007).

CAPÍTULO III

PRESENTACIÓN Y REFLEXIÓN CRÍTICA SOBRE LOS RESULTADOS

Este capítulo esta formado por cuatro fases: fase previa que da a conocer como fue el acercamiento a la institución antes de desarrollar el Ejercicio Profesional Supervisado; la fase inicial que incluye los primeros momentos del desarrollo de la sistematización del ejercicio antes mencionado. La fase de desarrollo que explico la forma como se desarrollaron las vivencias de las experiencias en la sistematización; la fase de cierre que incluye el análisis de la información y la propuesta de la compilación que se dejó como aporte para la institución.

3.1 Fase previa

Se realizó el proceso de sistematización sobre las experiencias vividas de la aplicación de la metodología de Robert Marzano en el proceso de reforzamiento del área de matemáticas realizada en el grado de sexto magisterio de educación primaria de la Escuela de Educación Diversificada, del municipio de Esquipulas, departamento de Chiquimula.

3.2 Fase inicial

El ejercicio profesional supervisado inició el día lunes veinte de enero del año dos mil catorce. Se realizó el FODA (Fortalezas, oportunidades, debilidades y amenazas) a través de un análisis sobre el ambiente educativo que tenían los estudiantes en el salón de clase.

Durante el primer período de aplicación de la metodología de Robert Marzano, es importante resaltar que se tuvo una serie de contratiempos que fueron necesarios resolver mediante el proceso de la sistematización.

La metodología de Robert Marzano demanda el empleo del pensamiento lógico activo de los y las participantes. Por el temor que las y los estudiantes sienten por el área de matemáticas se dio un bloqueo mental y fue muy difícil que analizaran con fluidez, según lo demanda esta metodología. Ante lo cual, fue necesario la realización de diferentes ejercicios en clase con los y las estudiantes, especialmente para aquellos que presentaban mayores dificultades sobre el tema.

3.3 Fase de desarrollo

El propósito de la sistematización en la Escuela de Educación Diversificada fue el análisis de las experiencias que se vivieron con los y las estudiantes en la transmisión del conocimiento de los contenidos del área de matemáticas.

3.3.1 Técnicas de participación

Las técnicas que se utilizaron en la aplicación de las dimensiones del aprendizaje de Robert Marzano fueron las siguientes:

- a) Lluvia de ideas: se realizaron preguntas a los y las estudiantes como las siguientes: ¿Qué número es la mitad de la cuarta parte de la décima parte de 500?, dos padres y dos hijos van a pescar. Logran pescar tres peces y almuerzan a gusto 1 cada uno, ¿Cómo lo hicieron? y respondieron pidiendo cada uno la palabra para dar a conocer la idea que ellos tenían sobre el tema. Esta técnica sirvió para percibir lo que las y los alumnos sabían del contenido y los que les faltaba por aprender. La alumna Kelly Bautista dijo: *“Esta técnica me ayudó para perder el miedo al participar en la clase y además me ayudó a resolver dudas que tenía con respecto a algunos temas de matemáticas”*. La

técnica ayudó no solo a esta alumna, sino a los demás estudiantes a participar más activamente en la clase y a resolver dudas que se presentaran.

- b) Trabajos individuales: se les asignó a los estudiantes diferentes tareas en las cuales tuvieron que trabajar individualmente como ejercicios en clase sobre los temas que se les impartían. El alumno Héctor Hernández dijo: *“Me cuesta resolver de forma individual algunos ejercicios de aritmética”*. Los y las estudiantes al tener la experiencia del trabajo individual, evidenciaron algunas dificultades que tuvieron que resolver durante el proceso de la sistematización.
- c) Trabajos grupales: se les dio ejercicios para que los trabajaran en equipos para verificar como era la relación interpersonal y el aprendizaje que ellos dieron a conocer en conjunto con sus compañeros y compañeras. La alumna Claudia Villeda dijo: *“En grupo vamos a terminar más rápido este ejercicio que nos asignó”*. Para ellos y ellas la experiencia del trabajo colectivo fue una ventaja que tuvieron en las diferentes actividades que se les asignaron.

3.3.2 Metodología de Robert Marzano

La metodología de Robert Marzano ayudó a los alumnos y alumnas a desarrollar sus habilidades mentales y los impulsó a aprender a aprender, para que resolvieran sus problemas en su día a día. La estudiante Jessica Valdés dijo: *“las habilidades mentales que he ido aprendiendo con esta metodología me han ayudado para resolver problemas que se me han presentado en la vida cotidiana”*. Esta metodología ayudó a fortalecer las experiencias de los cálculos mentales en el área de matemáticas.

a) **Dimensiones del aprendizaje de Robert Marzano**

✓ **Primera dimensión: problematización-disposición**

Por medio de esta dimensión, los y las estudiantes mostraron actitudes bastante propicias para el aprendizaje, aunque al principio de la experiencia, ellos y ellas no estaban muy familiarizados con esta dimensión, pero poco a poco se fueron adaptando. La alumna Luzdary Contreras dijo: *“Ay seño, a mí me cuesta bastante resolver algunos ejercicios de lógica en esta clase”*. Los y las estudiantes en un principio no estaban familiarizados con esta dimensión porque les costaba trabajo analizar los problemas que se les planteaban. Además mostraban actitudes de indiferencia a la hora que les presentaban los cuestionamientos. Es importante resaltar que cuando se comienza un proceso de enseñanza, es necesario tener mucha paciencia, porque no todos los y las estudiantes van a responder con el mismo ritmo de trabajo o con las mismas actitudes esperadas; es poco a poco que ellos y ellas van respondiendo a la aplicación de la metodología aplicada.

✓ **Segunda dimensión: adquisición y organización del conocimiento**

Cuando se adquiere un nuevo conocimiento el primer paso es pensar en lo que ya se ha aprendido, para después incorporar el nuevo conocimiento. La alumna Carolina Trujillo dijo: *“Seño este contenido ya lo sabía, pero no recordaba como hacer el procedimiento”*. Con los y las estudiantes se apreciaron las experiencias que ya poseían en algunos contenidos matemáticos, lo cual favoreció el aprendizaje de nuevos conocimientos, porque al unir el conocimiento nuevo con el que ya tenían se afianzó el aprendizaje matemático.

✓ **Tercera dimensión: procesamiento de la información.**

La aplicación de esta dimensión consistió en darles a conocer a las y los educandos, que en la matemáticas se utiliza mucho la abstracción que va relacionada con el pensamiento lógico. Porque ya no se utilizó material concreto, sino que ellos y ellas daban las respuestas inmediatas en los ejercicios que se trabajaron, utilizando la lógica matemática en las operaciones mentales que realizaron. Algunos de los y las estudiantes les costó resolver varios ejercicios que se les presentaron, porque les costaba analizar y resolver lógicamente lo que se les pedía. Esta situación se pudo observar en una hoja de trabajo que contenía varias preguntas de lógica y a varios de los y las educandos se les hizo un poco difícil resolver el ejercicio. El alumno Fredy Rojas dijo: *“Ay señor a mí me cuesta bastante este ejercicio de lógica”*. Lo que se pudo verificar en ellos y ellas es que no estaban familiarizados con la lógica de la matemáticas, porque a la hora de resolver algunas interrogantes, no analizaban y aunque tenían conocimiento del procedimiento, mostraban temor para resolverlas.

✓ **Cuarta dimensión: aplicación de la información**

Hacer prácticas, operar conceptos, investigar y estudiar casos permite estudiante utilizar los conocimientos adquiridos de manera significativa. El alumno Kevin Cortés dijo: *“Fíjese señor que en mi práctica docente me está sirviendo este contenido que vimos de la raíz cuadrada, porque no tengo maestro de planta”*. Por medio de esta dimensión los y las estudiantes aplicaron los conocimientos y experiencias adquiridas en situaciones que se les presentaron en la vida cotidiana. Además aplicaron estas enseñanzas en su práctica docente.

✓ **Quinta dimensión: conciencia del proceso de aprendizaje autoevaluación.**

Tener conciencia del propio aprendizaje es definir lo que se sabe y lo que se ignora. La alumna Dessireé Ciraiz dijo: *“Fíjese señor que a mí me siempre me ha costado resolver algunos ejercicios de aritmética, y sé que tengo el conocimiento pero necesito practicar más para no olvidar estos contenidos de la clase.* Esta dimensión se aplicó con el fin de que las y los educandos fueran concientes de las experiencias matemáticas que ya poseían y las aplicaran a su vida cotidiana. Además sirvió para que los y las estudiantes fueran concientes del conocimiento que tenían y el que les faltaba aprender o reforzar.

3.3.3 Participación activa

“El alumno no es un ‘receptáculo’ de conocimiento, sino que crea su aprendizaje en forma activa y única” (Ewell, 1997a, p.6). La participación activa fue uno de los elementos más significativos de las dimensiones del aprendizaje de la metodología de Robert Marzano, sin dejar a un lado las demás técnicas de aprendizaje permitió que los y las alumnas fueran los actores principales del proceso de aprendizaje. Esto significó convertir el aula en un espacio donde la participación activa de los y las estudiantes fue el elemento esencial del aprendizaje.

Se consideró que la participación activa fue una herramienta que facilitó los aprendizajes en la vivencia de las experiencias de los aprendizajes de los y las estudiantes, por lo tanto fue fundamental su utilización en el proceso de enseñanza aprendizaje del área de matemáticas.

Luego de escucharlos, propiciar un acercamiento y trabajo libre se logró que pasaran de una participación pasiva a una activa. Manifestaron que mediante la participación de sus compañeros y compañeras les era más fácil aprender los contenidos del área de matemáticas.

la participación de sus compañeros y compañeras les era más fácil aprender los contenidos del área de matemáticas.

Después de lograr la participación de las dos secciones en un cien por ciento, se observaron actitudes de:

- ✓ Conducta interactiva: los y las estudiantes fueron más activos que receptivos.
- ✓ Pensamiento creativo: los y las estudiantes formularon sus propias soluciones a las situaciones matemáticas que se les presentaron, generaron nuevas ideas y fueron capaces de relacionar lo aprendido con nuevos contextos.
- ✓ Aprendizaje comprometido: adquirieron mayor responsabilidad durante el proceso.
- ✓ Construcción del conocimiento: realizaron tareas que los y las condujeron a la comprensión y aplicación de los contenidos matemáticos.

Se verificó que a través de la participación activa y el pensamiento lógico, los y las estudiantes adquirieron un mayor nivel de disposición cognoscitiva.

3.3.4 Actividades

Las actividades se diseñaron con la finalidad de que en los y las estudiantes fluyera el trabajo, la inspiración y la creatividad. Las mismas se desarrollaron en forma individual y por equipos. Las individuales posibilitaron la relación maestra-alumno, permitiendo que los y las estudiantes adquirieran seguridad en sí mismos. Las realizadas en equipos facilitaron las relaciones interpersonales entre los y las estudiantes.

Las diferentes actividades que se desarrollaron en el proceso de enseñanza-aprendizaje fueron encaminadas a facilitar el dominio de los contenidos que se impartieron en el área de matemáticas, de esta manera los y las estudiantes fueron aprendiendo con mucha facilidad.

Las actividades que se desarrollaron individualmente fueron los ejercicios escritos y orales. Los ejercicios escritos no representaron mucha dificultad. Los ejercicios orales presentaron un poco de dificultad debido al temor que los y las estudiantes tenían temor a equivocarse a la hora de realizarlos. Para solucionar esta dificultad, se recurrió a la motivación a través de frases de reconocimiento a cada estudiante por su esfuerzo y dedicación.

- a) Dinámicas: se realizaron en el proceso con fin de relajar a los y las estudiantes y para salir de la rutina diaria. Pero sobre todo se realizaron con el objeto de aprender y practicar las experiencias adquiridas. La alumna Doris Vanegas dijo: *“ojalá se hicieran estas dinámicas más seguido, porque nos ayuda a aprender y a relajarnos”*. Las dinámicas o los juegos matemáticos ayudan a los y las estudiantes no solo a relajarse y aprender, sino también a ser más participativos y a interrelacionar con sus compañeros y compañeras.
- b) Retos matemáticos: esta actividad se realizó para poner en práctica los conocimientos adquiridos y para ejecutar el pensamiento lógico matemático. El estudiante Erickson Franco hizo el siguiente comentario: *“Yo puedo seño, porque a mí no me cuesta resolver cálculos mentales, es muy fácil y divertido”*. Hay estudiantes que no se les complica resolver retos matemáticos, pero hay otros educandos que tienen dificultad y hay que apoyarles en el aprendizaje de estas experiencias matemáticas.
- c) Lluvia de ideas: esta actividad ayudó a los estudiantes y las estudiantes a practicar sus habilidades para realizar cálculos mentales al azar. El alumno Fernando Villeda dijo: *“esta actividad me va servir para practicarla con los niños y niñas que tengo a mi cargo en mi práctica docente”*. Esta dinámica tiene bastante beneficio para desarrollar las habilidades mentales en los educandos y las educandas.

3.3.5 Material didáctico

En el desarrollo del proceso de reforzamiento del área de matemáticas fue necesario disponer de material didáctico sencillo, económico y apropiado a la materia. Este recurso se diseñó con el propósito de que los y las estudiantes adquieran un aprendizaje integral en el área de matemáticas y se elaboró en clase para asegurarse que todas los y las estudiantes contaran con dicho recurso. Uno de los recursos fundamentales que no faltó en la enseñanza de la matemáticas fue el material didáctico, porque sirvió de apoyo en cada una de las actividades que se desarrollaron con los y las educandos.



Estudiantes trabajando en forma individual

El material didáctico les permitió incrementar sus conocimientos. La alumna María Cortés dijo: *“Este material que realicé me va servir para mis alumnos y alumnas de la escuela donde estoy haciendo mi práctica”*. En cada una de los y las estudiantes se apreciaron percepciones como iniciativa, creatividad y originalidad. Además, este recurso facilitó el aprendizaje, estimulando la función de los sentidos para la adquisición de conceptos matemáticos, desarrollo de habilidades lógicas y actitudes. El material didáctico es un recurso que se puede utilizar en todos los niveles educativos, siempre y cuando sea adaptado al nivel y a las necesidades de los y las estudiantes.



Estudiantes presentando su ejercicio finalizado

3.3.6 Rol de los y las estudiantes

En el proceso de aprendizaje las y los alumnos desempeñaron el rol de agentes activos. Ellos y ellas tuvieron un papel protagónico, se convirtieron en la figura principal del proceso, demostraron discrepancia y responsabilidad durante la orientación, ejecución y control de sus actividades que realizaron en el proceso.

Uno de los pilares para desarrollar la sistematización de experiencias en el aprendizaje del área de matemáticas fue la metodología de Robert Marzano sin la cual el proceso no se hubiera podido llevar a cabo.

El rol protagónico asignado a los y las alumnas, se evidenció al escuchar varias opiniones, las más comunes fueron: “antes le tenía temor a la matemáticas, pero ahora la veo bastante fácil”, “Las competencias de grupo me gustaron porque todos nos esforzábamos por contestar a cada operación matemáticas”, “me sentí muy feliz cuando obtuve buen punteo en esta hoja de ejercicio”. También se observaron distintas formas de participación al aplicar las técnicas empleadas durante el desarrollo de los contenidos planeados. El protagonismo de los y las estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje del área de matemáticas o cualquier otra área de estudio es importante, para que el aprendizaje sea transmitido de una forma más adecuada.

Fue importante tener en cuenta distintas dimensiones de la metodología para apreciar el grado protagónico alcanzado por las y los alumnos. Tanto la dimensión cognitiva, como las dimensiones construcción-organización y procesamiento de la información fueron esenciales para el desarrollo de actitudes de responsabilidad, toma de decisiones, independencia, perseverancia, así como expresar los puntos de vista y aportar ideas para resolver diversas problemáticas. Todos estos comportamientos demostraron el protagonismo de los y las estudiantes. Algunas de las manifestaciones del protagonismo de las y los alumnos en el aprendizaje del área de matemáticas fue la capacidad de expresión oral y escrita.



Estudiantes trabajando fuera del aula

En este contexto, los y las estudiantes fueron los creadores de su propio aprendizaje. Fueron los actores fundamentales, desempeñaron un rol activo en el proceso, es decir que fueron partícipes en la elaboración de su propio saber que fue el motivo que hizo ese aprendizaje único.

Como ya se aproximaba la semana de evaluaciones, se tuvo la oportunidad de calificarles el cuaderno de trabajo realizado durante todo el bimestre y se pudo verificar el trabajo realizado durante este período de tiempo por los y las estudiantes.

Algunos estudiantes se ofrecieron para apoyar en el conteo de los sellos de sus compañeros y compañeras. Esta fue una actividad de mucha motivación para ellos y ellas porque iban haciendo la comparación del trabajo que uno y otro habían realizado durante el bimestre y se pudo constatar a través de esta actividad que la mayoría había hecho su mejor esfuerzo durante el bimestre. Se tuvo la oportunidad de evaluar a los estudiantes en sus conocimientos matemáticos y al tener las pruebas respectivas se pudo verificar que algunos de ellos y ellas tenían todavía un poquito de dificultad en los contenidos que se evaluaron.

Por tal razón se siguieron reforzando los contenidos matemáticos y las estrategias de enseñanza del área de matemáticas. Además los y las estudiantes comentaron que les era de utilidad el aprender las estrategias de enseñanza del área de matemáticas para poder utilizarlas en su práctica docente. Los y las estudiantes necesitaban estrategias que les ayudarán a dar de una forma más adecuada los contenidos de aprendizaje en el grado que tenían a su cargo en la práctica docente, por tal razón se hizo hincapié en el desarrollo de habilidades pedagógicas que ayudarán a los y las educandos.

Durante el segundo período de aplicación de la metodología de Robert Marzano se dieron varias sorpresas, una de ellas fue que los participantes en su mayoría no se sabían las tablas de multiplicar. Por tal razón se les llevó dibujos de las tablas de multiplicar para que ellos a la vez que fueran a estar aprendiendo pintaran los mismos fue una actividad que les sirvió para distraerse y aprender porque ellos estaban en la etapa de su práctica docente y además este trabajo les sirvió para aplicarlo con sus alumnos y alumnas.

En los y las estudiantes había debilidad en las tablas de multiplicar, fue un paréntesis el que se tuvo que hacer en los contenidos matemáticos al llevarles el material para que las aprendieran, porque si un aprendizaje está deficiente, no se puede enseñar otro nuevo si el primero no está bien afianzado.

Además, las habilidades de autonomía, iniciativa, bienestar, emprendimiento y deducción de los y las estudiantes a lo largo del proceso patentizaron el protagonismo del alumnado.



Estudiantes pintando dibujos de las tablas de multiplicar

La planificación de estrategias para buscar información, el conocimiento consciente de las estrategias que se usan para resolver problemas, la evaluación de la productividad del pensamiento propio y de otros fueron algunas de las manifestaciones que se apreciaron en los y las estudiantes, las cuales son indicadores del grado de implicación que las dimensiones del aprendizaje de la metodología de Robert Marzano fortaleció en el alumnado.

3.3.7 Rol de la docente

Para verificar el rol que la profesora desempeñó en el proceso de aprendizaje se tomaron en cuenta las opiniones de los y las estudiantes. Ellos interpretaron que cuando no entendían las instrucciones de algún ejercicio de matemáticas, tenían seguridad de acercarse a la profesora y decirle, porque ella siempre los y las escuchaba y volvía a explicar. Por tal razón se le concedió el papel de guía. La docente del área de matemáticas se encargó de facilitar el proceso de aprendizaje de los contenidos matemáticos con la metodología de Robert Marzano a los y las estudiantes, para que aprendieran de una forma adecuada y sin miedo es proceso.

Además, las diferentes actividades ejecutadas originaron la curiosidad intelectual, independencia, observación y participación activa de los y las estudiantes,



Docente orientando a estudiante

3.3.8 Otros factores

En las dimensiones del aprendizaje de la metodología de Robert Marzano intervinieron efectivamente varios factores que fueron los siguientes: la edad de las y los alumnos, la cantidad de integrantes por sección y el número de períodos para impartir el área.

a) *Edad de las y los alumnos*

La edad de las alumnas facilitó la participación activa en las dos secciones. En la sección “A” habían 5 estudiantes que tenían diecisiete años, veinticinco estudiantes que tenían dieciocho años, dos estudiantes que tenían diecinueve años, tres estudiantes que tenían veinte años y una alumna que tenía veintidós años. En la sección “B” cuatro estudiantes tenían diecisiete años, veintiséis estudiantes tenían dieciochos años y una alumna que tenía 28 años de edad.

Por lo que se observó, la mayoría de las y los alumnos tenían disponibilidad para participar en clase por la semejanza de la edad, compartían sus intereses y estaban dispuestos y dispuestas a vencer las limitaciones que el aprendizaje de un nuevo contenido matemático podía presentar.

b) *Cantidad de estudiantes por sección*

Otro aspecto a señalar fue la cantidad de estudiantes, la sección “A” estaba conformada por treinta y siete alumnos y alumnas, la sección “B” estaba conformada por 32 alumnos y alumnas haciendo un total de 69 estudiantes. Este número por sección fue ideal para hacer las correcciones de manera individualizada en el momento preciso, aunque en algunas ocasiones no se pudo realizar con todos los y las estudiantes, porque a veces se interrumpía la clase cuando les tenían que informar sobre alguna actividad que se iba realizar en la institución.

c) *Número de períodos para impartir el área*

El tercer factor fue el tiempo; se contó con tiempo suficiente para el proceso de reforzamiento del área de matemáticas, el cual se desarrolló en cinco períodos semanales de cuarenta minutos cada uno. En las actividades realizadas por las y los alumnos se estimó que el tiempo fue un lugar de enseñanza y esparcimiento. Ese espacio se utilizó para la formación académica y afectiva a través de las buenas relaciones humanas en el establecimiento.



Estudiantes trabajando en equipo.

Se determinó que el tiempo fue un componente propicio en el proceso de aprendizaje ya que permitió brindar una instrucción enriquecida con valores. Es adecuado señalar que la correcta administración del tiempo influyó positivamente en la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje. Los períodos de tiempo en el área de matemáticas por lo regular se hacen bastante cortos, sin embargo hay que hacer todo lo posible para que alcancen y se puedan impartir todos los contenidos planificados o por lo menos los más importantes. El tiempo se dividió de la siguiente manera: cinco minutos para dar la bienvenida y pasar asistencia del alumnado, diez minutos para hacer el repaso del tema anterior, quince minutos para dar el tema nuevo y aclarar dudas, diez minutos para asignar ejercicios y calificar tareas. Aunque en algunas ocasiones se hizo variación en los tiempos, porque algunos temas necesitaban más tiempo para su explicación y resolver dudas.

3.7.9 Procesos y momentos significativos

Además algunos estudiantes pedían sugerencias al finalizar la cátedra para poder dar algún contenido matemático en su práctica docente, porque era fundamental para ellos el tener una buena sugerencia de clase, porque en las escuelas habían algunos participantes que no tenían maestros de planta y les tocaba dar solos los contenidos del área de matemáticas.

Otra de las sorpresas fue que se les hizo una prueba parcial por sugerencia de control académico para ver cómo estaba su conocimiento en las operaciones básicas y los resultados fueran aceptables.

Los y las estudiantes dijeron que no se esperaban estos resultados tan satisfactorios debido a que tenían un poquito de dificultad para resolver algunos ejercicios de matemáticas que se les presentaron en la prueba parcial. Además dieron a conocer que estos conocimientos que habían aprendido con el reforzamiento les estaban siendo de gran utilidad en su práctica docente.

Los elementos antes señalados favorecieron para que la metodología creara la característica de participación y pensamiento lógico matemático, que la diferenció.

El reforzamiento del área de matemáticas favoreció la formación integral de las y los alumnos, por lo que en este instrumento se compilaron datos fundamentales sobre las dimensiones del aprendizaje de la metodología de Robert Marzano.

Consecutivamente, se propuso a la dirección técnica y administrativa de la institución la ejecución de dicha metodología, favoreciendo así a mejorar la educación en este centro educativo y utilizarla según los lineamientos del Currículo Nacional Base.

Con el reforzamiento del área de matemáticas se ayudó a resolver un poco una de las grandes necesidades que existían en la Escuela de Educación Diversificada. La adquisición de conocimientos en el área antes indicada trató de preparar de una mejor forma a los y las estudiantes para la prueba de graduandos emitida por el Ministerio de Educación. Para que se continúe con el reforzamiento del área de matemáticas se planteó como propuesta una guía de reforzamiento de los contenidos matemáticos para mejorar los resultados de las próximas promociones de estudiantes graduandos (Apéndice 11).

3.4 Fase de cierre

El análisis de la información recabada por medio de las técnicas e instrumentos utilizados durante el proceso de la sistematización permitió extraer los datos más relevantes que surgieron de la aplicación de las dimensiones del aprendizaje de la metodología de Robert Marzano, que para una descripción más específica se categorizaron en cinco componentes, los cuales fueron: participación activa, actividades, material didáctico, rol de las y los actores directos, edad los y las estudiantes, cantidad de alumnos y alumnas por sección y número de períodos para impartir el área. Se realizó con los y las estudiantes un ensayo con una de las pruebas de graduandos liberada por el Ministerio de Educación para que practicasen los ejercicios aprendidos en el reforzamiento del área de matemáticas.

Algunos de los y las estudiantes dijeron: *“Señor algunos ejercicios me costaron y otros no”*. Con esta opinión los y las estudiantes dieron a conocer que si hubo aprendizaje en la experiencia de la sistematización en el área de matemática, pero que todavía les faltaba reforzar otros ejercicios de la prueba de graduandos, en los cuales encontraron un poco de dificultad para resolver, tal fue el caso de las ecuaciones.

Pero también los y las educandos evidenciaron la práctica de los aprendizajes que habían adquirido en la resolución de los ejercicios de aritmética. (Apéndice 10). La compilación de actividades matemáticas fue un aporte que se dejó a la institución para que se le facilite el reforzamiento a las futuras generaciones de graduandos. (Apéndice 11).

CAPÍTULO IV

LECCIONES APRENDIDAS

Las lecciones aprendidas son más que experiencias, son el resultado de un proceso de aprendizaje, que involucra reflexionar sobre la experiencia. La simple acumulación de hechos, o descubrimientos, o evaluaciones, por sí misma no nos entrega lecciones. Las lecciones deben ser producidas a partir de las experiencias.

4.1 En relación a la participación activa

- a) Lograr la participación en los y las estudiantes fue fundamental para que los aprendizajes fueran efectivos en el área de matemáticas. Porque con la participación los y las estudiantes mostraron seguridad en las experiencias que se vivieron en el proceso de sistematización. Además, cuando un alumno o alumna tenía alguna duda sobre la realización de algún ejercicio, podía resolver esa inquietud a través de los aportes de sus compañeros o compañeras, por lo que, fue necesaria la enseñanza individualizada para los educandos y las educandas que tenían alguna duda sobre algún tema en estudio.

4.2 En relación a las actividades

- a) Las actividades individuales fueron efectivas para lograr la creatividad en los y las educandos, para que mostraran su independencia en la realización de las diferentes acciones que se realizaron, mientras que las grupales facilitaron las relaciones interpersonales entre las y los estudiantes. Aunque hay que tener mucho cuidado cuando se realicen actividades en conjunto, porque se corre el riesgo de acomodamiento por algunos educandos.

4.3 En relación al material didáctico

- a) El material didáctico sirvió para facilitar el aprendizaje de los contenidos de del área de matemáticas, además pudo ser utilizado por los y las estudiantes en sus centros educativos donde realizaron su práctica docente. Se realizaron tableros de multiplicación con cartulina que les sirvieron a los y las estudiantes para reforzar el aprendizaje de este contenido. Además, los y las educandos hicieron resolución de ejercicios a través de unas clases modelos que posteriormente fueron utilizados por ellos y ellas en sus centros educativos donde hicieron sus clases magistrales. Estos materiales se realizaron con materiales sencillos, de bajo costo y estuvieron al alcance de los y las estudiantes.

4.4 En relación al rol de los y las estudiantes

- a) Los y las educandos fueron los protagonistas en esta experiencia de sistematización, sin los cuales el proceso no se hubiese podido realizar. Además la rotación de los y las estudiantes en distintos equipos de trabajo fue un aspecto que facilitó el proceso de aprendizaje, porque pudieron compartir con sus compañeros y compañeras de otros grupos de trabajo.
- b) La rotación de las y los estudiantes fue una estrategia muy efectiva porque logro romper barreras entre ellos. Dado que inicialmente, no fueron muy abiertos en el aprendizaje del área de matemáticas y en su relación con los demás compañeros y compañeras de clase, lo que dificultó el reforzamiento, por tal razón es necesario implementar en un proceso futuro nuevas estrategias matemáticas que faciliten la apertura de las y los alumnas para el aprendizaje de las mismas.

4.5 En relación a las actividades no previstas

- a) En la planificación que se hizo para el reforzamiento del área de matemáticas no se tuvo previsto las reuniones de padres de familia en el establecimiento, la información de las actividades a realizar en el establecimiento por las comisiones de cultura, deportes, entre otras, dentro de los períodos de clase. Por lo que es necesario en un proceso de reforzamiento futuro tomar en cuenta las actividades que no están planificadas en la experiencia de sistematizar.

4.6 En relación al proceso de sistematización

- a) El proceso de sistematización no establece un modo específico para sistematizar porque cada experiencia es única e irrepetible, pero sí conviene como requerimiento necesario la participación en la experiencia. Es decir que solo puede sistematizar la persona que ha participado en la experiencia. La sistematización de esta experiencia fue la observación profunda del acto educativo que se realizó para reforzar los conocimientos en el área de matemáticas, cuyo sello especial fue la innovación del contexto.

Para obtener y registrar información, las fuentes iconográficas y el diario pedagógico fueron las herramientas más utilizadas, ya que se adaptaron a las características de los y las estudiantes. Los cuadros de registro sirvieron para la reconstrucción de las experiencias que se vivieron en el proceso de sistematización. Además es importante no dejar pasar mucho tiempo para registrar las prácticas vividas, porque se pueden obviar registros que pueden ser bastantes significativos en el proceso. Las fotografías sirvieron para evidenciar las diferentes actividades que se realizaron en la sistematización.

4.7 En relación a la metodología de Robert Marzano

- a) La metodología de Robert Marzano resultó ser aceptable en el reforzamiento del área de matemáticas, en el proceso de sistematización y se pudo adaptar al nivel de enseñanza de los y las estudiantes. Además en su aplicación se utilizaron sus cinco dimensiones del aprendizaje que sirvieron para llevar un orden inductivo-deductivo en el proceso de enseñanza.
- b) La utilización de la metodología de Robert Marzano requiere de una planificación que se adapte al contexto de los y las educandos; tomando en cuenta que los y las estudiantes aprenden de una forma diferente cada contenido que se les quiere dar a conocer; por lo tanto es necesario adaptar la enseñanza de acuerdo al nivel de asimilación del aprendizaje de las y los actores.
- c) El grado de participación individual y grupal por los y las estudiantes en el área de matemáticas es importante para que el reforzamiento de los contenidos matemáticos sea más efectivo.
- d) El resultado aceptable de las pruebas de graduandos en el área de matemáticas es un proceso que podrá ir mejorando con el tiempo siempre y cuando el Ministerio de Educación busque estrategias más efectivas y que favorezcan a los y las estudiantes para mejorar la calidad educativa en nuestro país.

CONCLUSIONES

1. La sistematización de la metodología de Robert Marzano en el área de matemáticas con los y las estudiantes graduandos de la carrera de magisterio de educación primaria fue una guía que sirvió de base para analizar las experiencias que se vivieron en el proceso de aprendizaje matemático. Este refuerzo se realizó con el fin de producir conocimiento de los contenidos que las y los alumnos graduandos habían olvidado y para retroalimentar los aprendizajes del área de matemáticas que los y las estudiantes graduandos necesitaban fortalecer.
2. En el informe escrito donde se estructuraron los resultados de la metodología de Robert Marzano se plasmaron las prácticas más importantes vividas en el proceso de sistematización. Estas experiencias fueron determinantes para la aplicación del proceso de reforzamiento matemático en los y las estudiantes graduandos de la carrera de magisterio de educación primaria.
3. La metodología de Robert Marzano sirve para reemplazar las tediosas clases magistrales, poco participativas y en las que se repite mecánicamente la resolución de ejercicios. Además los y las docentes son los y las principales responsables de que la materia sea apreciada por los y las estudiantes.
4. La compilación de ejercicios de reforzamiento matemático es un aporte que servirá a la institución para futuros procesos de aprendizaje del área de matemáticas. Persigue consolidar de manera significativa los conocimientos y las destrezas aprendidas mediante la elaboración de diferentes ejercicios centrados en los intereses del alumnado y como medio de evaluar las enseñanzas.

RECOMENDACIONES

1. Que en la institución le den seguimiento al proceso de reforzamiento del área de matemáticas, con la metodología de Robert Marzano, que compartan las experiencias de aprendizaje con las y los alumnos, para que en procesos futuros las y los educandos mejoren su rendimiento académico y fortalezcan su proceso de enseñanza aprendizaje matemático.
2. Que la institución utilice el informe escrito, donde se plasmó la utilización de las dimensiones del aprendizaje de la metodología de Robert Marzano, para que también sean utilizadas por los y las docentes del centro educativo y le den continuidad al proceso de refuerzo de los contenidos del área de matemática.
3. Que el personal docente de la institución utilice la metodología de Robert Marzano, para hacer más dinámica la clase de matemáticas y para que los y las educandos le pierdan el temor a esta área numérica. Además que utilicen el pensamiento lógico matemático con mayor facilidad.
4. Que la compilación de ejercicios de reforzamiento matemático sea utilizada en la institución, se le dé el uso apropiado y que sobretodo sirva a los y las docentes como una base para fortalecer los contenidos del área de matemáticas. Pudiendo ser utilizada, adaptada y reproducida en otros centros educativos interesados en el tema.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ✓ Acosta, Luis Alejandro (2005) **Guía Práctica para la Sistematización de Proyectos 2005**. Recuperado el 08 de agosto de 2013 de <https://www.google.com.gt/#q=sistematizacion+de+proyectos>
- ✓ Carrera, Q. **Cuadernillos de refuerzo de matemáticas 2009**. Recuperado el 02 de agosto de 2013 de <https://www.google.com.gt/#q=cuadernillos+de+refuerzo+pdf>.
- ✓ Córdova, Kaherina Edith (2007) Manual Nueva Taxonomía de Marzano
- ✓ Escuela de Educación Diversificada (2008). Proyecto Educativo Institucional. Esquipulas: Autor Escuela de Educación Diversificada.
- ✓ Ewell, (1997) **La participación activa 1997**. Recuperado el 02 de octubre de 2013 de http://www.intime.uni.edu/model/spanish_model/learning/acti.html
- ✓ Gallardo Córdova, Katherine Edith . **Manual de la Nueva Taxonomía de Marzano 2007**. Recuperado el 12 de septiembre de 2013 de <https://www.google.com.gt/#q=metodologia+de+marzano>
- ✓ Jara, Oscar. (1994). Sistematización de experiencias. México: ITESO.
- ✓ Marzano, Robert. **Dimensiones del aprendizaje 1999 Dimensiones del Aprendizaje 2007** recuperado el 10 de agosto de 2013 de <https://www.google.com.gt/#q=metodologia+de+marzano>.
- ✓ Martínez, Luis Alejandro (2007) **La Observación y el Diario de Campo en la definición de un tema de investigación 2007**. Recuperado el 12 de agosto de 2013 de http://www.ulibertadores.edu.co:8089/recursos_user/documentos/editores/7118/9%20La%20observaci%F3n%20y%20el%20diario%20de%20Campo%20en%20la%20Definici%F3n%20de%20un%20Tema%20de%20Investigaci%F3n.pdf

- ✓ Ministerio de Educación {MINEDUC}, 2012). **Informe de Evaluación de Graduandos 2012**. Recuperado el 25 de septiembre de 2013 de http://www.mineduc.gob.gt/digeduca/documents/pruebasLiberadas/graduandos/2012_graduandos_matematicas.pdf

- ✓ Ministerio de Educación de Guatemala, Dirección General de Educación e Investigación Educativa (2009) **Prueba de matemáticas graduandos 2009**. Recuperado el 10 de julio de 2014 de http://www.mineduc.gob.gt/digeduca/documents/pruebasLiberadas/graduandos/2009_graduandos_matematicas.pdf

- ✓ Ministerio de Educación de Guatemala, Dirección General de Educación e Investigación Educativa (2006) **Curriculum Nacional Base 2006**. Recuperado el 10 de noviembre de 2013 de http://www.mineduc.gob.gt/digeduca/documents/Curriculo_Nacional_Primaria.pdf

- ✓ Ministerio de Educación de Guatemala, Dirección General de Educación e Investigación Educativa (2012) **Informe técnico Evaluación de Graduandos 2012**. Recuperado el 20 de octubre de 2013 de http://www.mineduc.gob.gt/digeduca/apps/ResultadosEvaluacion2006/establecimientos_2006_2011/901-1000/901-1000_Parte62.pdf

- ✓ Pickering, R. J. **Dimensiones del aprendizaje manual para el maestro 2005**. Recuperado el 10 de agosto de 2013 de <http://www.buenastareas.com/ensayos/Marzano-r-j-y-Pickeringd/619375.html#>

- ✓ Pupo, Mauro García (2010) **Análisis de la Metodología Tradicional de las Matemáticas 2010**. Recuperado el 10 de septiembre de 2013 de http://scienti1.colciencias.gov.co:8081/cvllac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0001090933

- ✓ Roteró Ruiz, L. (2013) **Sistematización de Prácticas 2001**. Recuperado el 10 de agosto de 2013 de http://www.sinewton.org/numeros/82/Volumen_82.pdf

APÉNDICES

Apéndice 1

ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES DEL ÚLTIMO AÑO DE
MAGISTERIO RESPECTO A LA EVALUACIÓN DE GRADUANDOS REALIZADA EN
EL AÑO 2013

Sírvase contestar la siguiente encuesta con base a la experiencia que tuvo en la evaluación de graduandos 2013 emitida por el Ministerio de Educación.

1. ¿Tenía conocimiento de los contenidos evaluados en las áreas de matemática y Lenguaje?

Sí ☐No ☐ ¿Por qué? _____

2. ¿Cuál fue el área evaluada que más le costó resolver?

Lenguaje ☐Matemática ☐Ninguna ☐

¿Por qué? _____

3. ¿Le hubiera gustado tener un reforzamiento de los contenidos evaluados en ambas áreas antes de realizar la prueba de graduandos?

Sí ☐☐

No

¿Por

qué? _____

4. ¿Cree que es importante tener un reforzamiento de los contenidos que se van evaluar en las áreas de lenguaje y matemática antes de someterse a una prueba de graduandos?

Sí ☐No ☐

¿Por qué? _____

5. ¿Cree que es importante tener un resultado satisfactorio en los resultados de las pruebas de graduandos en las áreas de lenguaje y matemática?

Sí ☐No ☐

¿Por qué? _____

ANÁLISIS ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES DEL ÚLTIMO AÑO DE
MAGISTERIO RESPECTO A LA EVALUACIÓN DE GRADUANDOS REALIZADA EN
EL AÑO 2013

Con base a las respuestas que plasmaron los y las estudiantes, se obtuvieron los siguientes resultados:

1. ¿Tenía conocimiento de los contenidos evaluados en las áreas de matemática y Lenguaje?

Sí ☒ 58 No ☒ 12 se pudo verificar que la mayoría de

estudiantes sabía de qué trataba la prueba diagnóstica de graduandos.

2. ¿Cuál fue el área evaluada que más le costó resolver?

Lenguaje Matemática Ninguna

A la mayoría de estudiantes le costó resolver el área de matemática

3. ¿Le hubiera gustado tener un reforzamiento de los contenidos evaluados en ambas áreas antes de realizar la prueba de graduandos?

Sí No

Los y las estudiantes en su mayoría respondieron la necesidad de haber tenido un reforzamiento en las áreas evaluadas.

4. ¿Cree que es importante tener un reforzamiento de los contenidos que se van evaluar en las áreas de lenguaje y matemática antes de someterse a una prueba de graduandos?

Sí No Las y los alumnos en su mayor parte respondieron que si era necesario recibir un reforzamiento en las áreas.

5. ¿Cree que es importante tener un resultado satisfactorio en los resultados de las pruebas de graduandos en las áreas de lenguaje y matemática?

Sí Al analizar esta respuesta se pudo comprobar que a los y las estudiantes les interesaba obtener buenos resultados en las áreas evaluadas por el Ministerio de Educación.

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA**CENTRO UNIVERSITARIO DE ORIENTE****LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA Y ADMINISTRACIÓN EDUCATIVA****ENCUESTA SOBRE EL ÁREA DE MATEMÁTICA DIRIGIDA A ESTUDIANTES
GRADUANDOS DE MAGISTERIO DE EDUCACIÓN PRIMARIA**

1. ¿Cómo considera usted el área de matemática?

a) Fácil 16 b) Complicada 49 c) Difícil 4

La mayoría de estudiantes contestó que les era complicada el área de matemática, por tal razón se decidió fortalecer los contenidos de la misma.

2. ¿Le gusta a usted el área de matemática?

a) Mucho 28 b) Poco 39 c) Nada 1

A la mayoría de estudiantes no le gustaba la matemática quizá por el grado de complicación que le encontraban

3. ¿Cómo considera su nivel de conocimiento del área de matemática?

a) Deficiente 11 b) Bajo 50 c) Alto 8

Los y las estudiantes fueron conscientes en responder que les costaba el área de matemática.

4. ¿En grados anteriores, cómo le han enseñado a usted sus maestros el área de matemática?

a) Él o ella enseña y yo aprendo 40 b) Yo aprendo sólo (a) 1
c) Aprendemos juntos 28

Las y los alumnos respondieron que habían venido aprendiendo con la ayuda de los docentes que les enseñaban el área de matemática, sin dejar a un lado que también aprendían de manera grupal.

¿Alguna vez ha descubierto usted sólo (a) algún proceso para resolver algún ejercicio de matemática?

- a) Nunca 14 b) Algunas veces 51 c) Siempre 4

En su mayoría los y las estudiantes contestaron que algunas veces habían encontrado ellos solos y solas la manera de resolver un ejercicio de matemática.

5. Le han servido a usted los conocimientos adquiridos en grados anteriores del área de matemática para resolver situaciones de la vida cotidiana?

- a) Nunca 4 b) Algunas veces 45 c) Siempre 20

Los y las educandos dieron a conocer que algunas veces les había servido la matemática para resolver situaciones de la vida cotidiana.

6. ¿Considera usted tener el conocimiento y manejo necesario sobre la rama matemática de Estadística?

- a) Nada 3 b) Poco 64 c) Mucho 2

Con respecto a la rama de estadística la mayor parte de estudiantes manifestó que poseían poco conocimiento de esta área.

7. ¿Le gustaría tener un refuerzo sobre los contenidos matemáticos que considera olvidados o complicados?

- a) Muchísimo 38 b) Buena idea 31 c) No se puede

Los y las estudiantes en su generalidad estuvieron de acuerdo con el reforzamiento de los contenidos matemáticos

**ENCUESTA SOBRE EL ÁREA DE MATEMÁTICA DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE
MAGISTERIO DE EDUCACIÓN PRIMARIA EVALUADOS EN LA PRUEBA DE
GRADUANDOS REALIZADA POR EL MINISTERIO DE EDUCACIÓN**

1. ¿Cómo consideró usted el área de matemática a la hora de realizar la prueba de graduandos?

a) Fácil 27 b) Complicada 37 c) Difícil 9

Los y las estudiantes en su mayoría contestaron que encontraron el área de matemática fácil y complicada a la vez. Algunos contestaron que la vieron difícil.

2. ¿Cómo consideró su nivel de conocimiento del área de matemática a la hora de realizar la prueba de graduandos?

a) Deficiente 9 b) Bajo 39 c) Alto 21

Los y las educandos consideraron su nivel de conocimiento bajo, es decir, tuvieron dificultad, otros lo consideraron alto y algunos deficiente.

3. ¿Se le facilitó descubrir los procesos para resolver los ejercicios de matemática en el momento de la evaluación?

a) Nada 3 b) Poco 46 c) Mucho 20

Las y los alumnos manifestaron en su mayor parte que se les complicó poco descubrir los procesos para solucionar los problemas que se les plantearon. Pero otros plasmaron que se les complicó y un mínimo número lo encontró fácil.

4. ¿Le sirvieron a usted los conocimientos adquiridos en el reforzamiento de matemática para resolver los ejercicios de la evaluación?

a) Nada 5 b) Poco 20 c) Mucho 44

Los y las estudiantes en su mayor parte, contestaron que si fue efectivo el reforzamiento de los contenidos matemáticos. Aunque algunos contestaron que les sirvió poco y un mínimo número dijeron que no les fue efectivo.

5. ¿Considera necesario que se refuercen los contenidos matemáticos antes de someterse a una prueba de graduandos?

a) Innecesario 1 b) Necesario 31 c) Buena idea 37

La mayor parte de estudiantes, respondieron que si es necesario y buena idea que se refuerce el área de matemática, antes de someterse a una prueba de graduandos.

Apéndice 4

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
CENTRO UNIVERSITARIO DE ORIENTE
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA Y ADMINISTRACIÓN EDUCATIVA

CUADRO No. 1
REGISTRO DIARIO

Nombre: Angelica Lemus

Proyecto/Área/Programa: Sistematización del Ejercicio Profesional Supervisado en el área de matemática realizada en el grado de sexto magisterio de educación primaria de la Escuela de Educación Diversificada del municipio de Esquipulas, departamento de Chiquimula.

Fecha: 20 de enero de 2014

Qué hice hoy	Tiempo que me tomó	Para qué lo hice	Con quiénes	Resultados	Observaciones
Inicio del proceso de sistematización con los y las estudiantes.	2 horas	Socializar el proyecto con los y las alumnas y pedir su colaboración.	Alumnos y alumnas de sexto magisterio de educación primaria.	Aceptación del proceso de sistematización de los alumnos y alumnas.	Apoyo por parte de los y las estudiantes.

CUADRO No. 2
REGISTRO SEMANAL

Proyecto/Área/Programa: Sistematización del Ejercicio Profesional Supervisado en el área de matemática realizada en el grado de sexto magisterio de educación primaria de la Escuela de Educación Diversificada “EDIVER”, del municipio de Esquipulas, departamento de Chiquimula.

Semana 3 al 7 / 2 / 14
 día mes año

Actividades desarrolladas	Fecha	Objetivos	Respuestas	Población	Resultados
Ejemplificación, ejercicios y tareas de la suma y sus propiedades.	3 al 7 de febrero	Aplica, con autonomía, signos, símbolos gráficos, algoritmos y términos matemáticos, para dar respuesta a diversas situaciones y problemas en los diferentes ámbitos en los que se desenvuelve.	Angelica Lemus	Alumnos y alumnas de sexto magisterio de educación primaria	Aprende la enseñanza de la suma conjuntamente con sus propiedades.

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
CENTRO UNIVERSITARIO DE ORIENTE
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA Y ADMINISTRACIÓN EDUCATIVA

CUADRO No. 3
REGISTRO MENSUAL

Nombre: Angelica Lemus

Proyecto: Sistematización del Ejercicio Profesional Supervisado en el área de matemática realizada en el grado de sexto magisterio de educación primaria de la Escuela de Educación Diversificada “EDIVER”, del municipio de Esquipulas, departamento de Chiquimula.

Fecha: 3 al 28 de febrero de 2014

Actividad	Lugar	No. de participantes	Duración	Objetivo	Producto	Recursos
Ejemplificación, ejercitación y sobre las operaciones con los números naturales.	Salón de clases	69	Un mes	Experimenta las dimensiones del aprendizaje de Robert Marzano con problemas que demandan el dominio de las operaciones matemáticas de los conjuntos numéricos reales y complejos.	*Realiza cálculos aritméticos de adición, sustracción, multiplicación y división y potenciación con números naturales enteros utilizando las dimensiones de Robert Marzano.	Elemento y humano, enseres escolares y material didáctico.



Apéndice 7

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
CENTRO UNIVERSITARIO DE ORIENTE
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA Y ADMINISTRACIÓN EDUCATIVA

MEMORIA I

Período comprendido del mes de enero 2014

Durante el primer período de aplicación de la metodología de Robert Marzano, es importante resaltar que se tuvo una serie de inconvenientes que fueron necesarios resolver durante el camino de la sistematización. Dichos inconvenientes se pudieron observar en los y las participantes que influyeron en forma total en el proceso de aplicación de la metodología de Robert Marzano.

Los y las estudiantes dieron a conocer que al utilizarse la técnica del pensamiento lógico-matemático, que no estaban acostumbrados a practicarlo y era lo que sugería la metodología utilizada, y a la vez la metodología de Robert Marzano demandaba el empleo del pensamiento lógico activo de los y las participantes, actividad que para ellos y ellas bastante complicada debido a su temor por el área de matemáticas. Esto se pudo comprobar a través de los diferentes ejercicios que se realizaron en clase en los cuales los y las estudiantes presentaban diferentes dudas sobre temas muy sencillos de matemáticas tal es el caso de las operaciones básicas.

Por tal razón fue indispensable precisar las características que deben poseer un estudiante con deseos de sobresalir en su rendimiento en las pruebas de graduandos en el área de matemáticas. Las charlas motivacionales que trataron sobre la facilidad y la utilidad que tiene la matemáticas en la vida diaria durante el primer mes de la aplicación fueron muy importantes debido a que los participantes no querían tener responsabilidad de utilizar el pensamiento lógico-matemático.

Debido a esta forma de actuar se conformaron equipos de trabajo para la realización de algunas actividades en el aula. Es importante recalcar de que la técnica de grupos de trabajo vino a reafirmar la aplicación de la metodología, ya que con ésta los y las participantes podían resolver cada una de sus inquietudes utilizando como primer recurso a sus compañeros y compañeras, mismos que a la vez trajo consigo que formara una malla de trabajo donde se pudo verificar que el protagonista principal en la aplicación de la metodología, fue en forma absoluta el y la participante, mismo que proponía una respuesta una respuesta al fenómeno que se estudiaba.

Con ello se determinó que los y las participantes en el proceso, se convertían en aplicadores y construcciones de sus conocimientos, con la realización de cada una de las actividades del trabajo. Con los resultados que obtenían los participantes en el proceso, se determinó que la metodología es efectiva.

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
CENTRO UNIVERSITARIO DE ORIENTE
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA Y ADMINISTRACIÓN EDUCATIVA

MEMORIA II

Período comprendido del mes de febrero de 2014

Durante el segundo período de la metodología de Robert Marzano se dieron varias sorpresas, una de ellas fue que los participantes en su mayoría no se sabían las tablas de multiplicar. Por tal razón se les llevó tablas de multiplicar ilustradas para que ellos a la vez que iban a estar aprendiendo las tablas de la multiplicación iban a pintar los diferentes dibujos que se les llevó; fue una actividad que les sirvió para distraerse y aprender porque ellos estaban en la etapa de su práctica docente y además este trabajo les sirvió para aplicarlo con sus alumnos y alumnas.

Otra de las sorpresas fue que la directora del establecimiento solicitó que se reforzara en algunas operaciones básicas, porque algunos de los participantes tenían un poquito de problema con la resta y la división. Por tal razón se hizo la actividad de evaluar individualmente el aprendizaje de los participantes dándoles la oportunidad de dar una clase modelo de matemáticas en la cual les correspondía explicar una operación básica, especialmente la que más tenían dificultad y la sorpresa fue que tenían bastante conocimiento sobre el tema y a los participantes que les costaba se les iba explicando con la participación de todos y todas para que el aprendizaje fuera en conjunto. Cuando tenían dificultad con alguna operación básica como por ejemplo la división, se explicó individual y grupalmente a los participantes para que comprendieran de una mejor forma esta operación básica. La ejercitación y la supervisión de sus ejercicios fue una de las claves para que los estudiantes comprendieran de una mejor forma los temas de las operaciones básicas. Además se le hizo ver que el uso del pensamiento lógico era fundamental para resolver cualquier problema matemático.

Además algunos estudiantes pedían sugerencias al finalizar la clase para poder dar algún contenido matemático en su práctica docente. Porque era fundamental para

ellos el tener una buena sugerencia de clase, porque en las escuelas habían algunos participantes que no tenían maestros de planta y les tocaba dar solos los contenidos de la clase de matemáticas.

Otra de las sorpresas fue que se les hizo una prueba parcial por sugerencia de control académico para ver cómo estaba su conocimiento con las operaciones básicas y salieron bastante aceptables en su calificación.

Los y las estudiantes dijeron que no se esperaban estos resultados tan satisfactorios debido a que tenían un poquito de dificultad para resolver algunos ejercicios de matemáticas que se les presentaron en la prueba parcial. Además dieron a conocer que estos conocimientos que habían aprendido con el reforzamiento les estaban siendo de gran utilidad en su práctica docente.



**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
CENTRO UNIVERSITARIO DE ORIENTE**



LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA Y ADMINISTRACIÓN EDUCATIVA

MEMORIA III

Período comprendido del mes de marzo de 2014

Durante el tercer período de aplicación de la metodología de Robert Marzano se ejecutaron juegos matemáticos grupales para enriquecer los conocimientos matemáticos de los alumnos y alumnas. Ellos tuvieron mucha participación preguntando y resolviendo con cálculos mentales las operaciones que se les presentaban. Ellos y ellas dijeron que esos juegos eran de mucha utilidad para poner el pensamiento lógico. Igualmente se realizó una lotería de las tablas de multiplicar en la cual los y las alumnas participaron con mucho entusiasmo y demostraron su habilidad para realizar trabajos creativos y lógicos.

Como ya se aproximaba la semana de evaluaciones, se tuvo la oportunidad de calificarles el cuaderno de trabajo realizado durante todo el bimestre y se pudo verificar el trabajo realizado durante este período de tiempo por los y las estudiantes. Algunos estudiantes se ofrecieron para apoyar en el conteo de los sellos de sus compañeros y compañeras. Esta fue una actividad de mucha motivación para ellos y ellas porque iban haciendo la comparación del trabajo que uno y otro habían realizado durante el bimestre y se pudo constatar a través de esta actividad que la mayoría había hecho su mejor esfuerzo durante el bimestre. Se tuvo la oportunidad de evaluar a los estudiantes en sus conocimientos matemáticos y al tener las pruebas respectivas se pudo verificar que algunos de ellos y ellas tenían todavía un poquito de dificultad en los contenidos que se evaluaron. Por tal razón se siguieron reforzando los contenidos matemáticos y las estrategias de enseñanza de esa área. Además los y las estudiantes comentaron que les era de utilidad el aprender las estrategias de enseñanza del área de matemáticas para poder utilizarlas en su práctica docente.



**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
CENTRO UNIVERSITARIO DE ORIENTE**



LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA Y ADMINISTRACIÓN EDUCATIVA

MEMORIA IV

Período comprendido del mes de abril de 2014

Durante el cuarto período de sistematización se implementó con los estudiantes y las estudiantes una clase modelo. Esta actividad se realizó con el fin de verificar y hacer un análisis de las estrategias docentes que tenían los y las estudiantes.

Se pudo observar que algunos y algunas de los educandos tenían mucha habilidad para la enseñanza docente, mientras que a otros y otras les costaba desenvolverse con sus mismos compañeros y compañeras; por lo cual se les motivó para que no se sintieran mal sino que lo tomaran como un aprendizaje para ir corrigiendo los errores que pudieran cometer en el transcurso de su clase.

Además esta actividad les sirvió para obtener ideas de sus compañeros y compañeras sobre la enseñanza que se debe utilizar en el camino profesional docente, pues es importante recalcar que estaban en su etapa de docencia en las instituciones educativas donde estaban realizando su práctica docente.

Además algunos educandos preguntaron en el transcurso de este cuarto período sobre estrategias que podían utilizar para la enseñanza de los contenidos matemáticos que tenían que enseñar en los centros educativos donde estaban impartiendo sus clases, dudas que se les resolvió para facilitarles el proceso.



**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
CENTRO UNIVERSITARIO DE ORIENTE**



LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA Y ADMINISTRACIÓN EDUCATIVA

MEMORIA V

Período comprendido del mes de mayo de 2014

Durante el quinto período de sistematización en la aplicación de la metodología de Robert Marzano se siguieron implementando las clases modelos con los y las alumnas, como eran bastantes las clases que tenían que presentar los y las estudiantes que faltaban se tuvo que pedir de favor a algunos catedráticos y catedráticas el tiempo de sus períodos de clase para poder finalizar esta actividad con los y las educandos.

Durante las clases modelo se les pidió a los y las estudiantes que presentaran un plan de clase del área de matemáticas en el cual plasmaron su competencia a trabajar con sus compañeros y compañeras. Además se dieron algunos inconvenientes con algunos estudiantes, porque les costaba manejar el plan de clase, por lo tanto se les tuvo que explicar la forma de elaborar este tipo de plan apoyándose en el Curriculum Nacional Base.

En esta actividad la mayoría de estudiantes mostró bastante interés en las clases de sus compañeros y compañeras, sin embargo se presentaron algunas dudas sobre temas que se dieron a conocer y en la clase se resolvieron con la participación de la mayoría de los y las compañeros participantes en la clase. La experiencia que los y las educandos habían tenido en sus centros educativos donde estaban haciendo la práctica docente con los temas que se trataron, fue de gran ayuda para la resolución de dudas que ellos y ellas exteriorizaron.



**UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
CENTRO UNIVERSITARIO DE ORIENTE**



LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA Y ADMINISTRACIÓN EDUCATIVA

MEMORIA VI

Período comprendido del mes de junio de 2014

El análisis de la información recabada por medio de las técnicas e instrumentos utilizados durante el proceso de la sistematización permitió extraer los datos más relevantes que surgieron durante la sistematización de las dimensiones del aprendizaje de la metodología de Robert Marzano, que para una descripción más específica se categorizaron en siete componentes, los cuales fueron: participación activa, actividades, material didáctico, rol de las y los actores directos, edad los y las estudiantes, cantidad de alumnos y alumnas por sección y número de períodos para impartir el área.

Se realizó con los y las estudiantes un ensayo con una de las pruebas de graduandos liberada por el Ministerio de Educación para que ejercitarán los ejercicios aprendidos en el reforzamiento del área de matemáticas. (Apéndice 10).

La compilación de actividades matemáticas fue un aporte que se dejó a la institución para que se le facilite el reforzamiento a las futuras generaciones de graduandos.

Apéndice 8

CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES DE LA SISTEMATIZACIÓN

No.	Nombre de la actividad	Enero				Febrero				Marzo				Abril				Mayo				Junio			
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
1	Etapas de planificación y presentación del proyecto																								
2	Etapas de integración y paso de encuestas.																								
3	Implementación de la sistematización.																								
5	Recopilación y análisis de la aplicación																								
6	Interpretación de resultados de la aplicación modelo																								

[illegible]

Apéndice 9

11.3 Financieros

Recurso y material	Cantidad	Costo unitario	Costo total
Epesista	7 meses	Q. 1,500.00	Q. 10,500
Resmas papel bond tamaño oficio 80 gr.	3	Q. 45.00	Q. 135.00
Resmas papel bond tamaño carta	3	Q.42.00	Q. 84.00
Transporte	6 diarios de pasaje	Q.6.00	Q. 1,056.00
Internet	8 meses	Q.145.00	Q. 1,160.00
Tinta para marcador	½ botecito por mes	Q.28.00	Q. 224.00
Tinta para impresora	2 cartuchos por los 8 meses	Q.145.00	Q. 290.00
Impresiones de informes	15 impresiones	Q.160.00	Q. 2,400.00
Empastados	15	Q.20.00	Q. 300.00
Ediciones digitales en CD`S	5 ediciones	Q.8.00	Q. 40.00
		Total	Q.15,489.00

Fuente: Elaboración propia con base en información recopilada.

Apéndice 10
 ESCUELA DE EDUCACIÓN DIVERSIFICADA
 PRUEBA DE REPASO DE MATEMÁTICAS

Nombre: _____ Fecha: _____

INSTRUCCIONES: Subraya la respuesta que consideres correcta en los siguientes ejercicios.

Tomamos el intervalo $[0,1]$, lo dividimos en tres y pintamos el tercio de en medio. Nos quedan dos tercios sin pintar $\left(\left[0, \frac{2}{3}\right] \text{ y } \left[\frac{2}{3}, 1\right]\right)$, con cada uno de estos dos intervalos repetimos el procedimiento: lo dividimos en tres y pintamos el tercio de en medio.



¿Cuánto mide lo que no está pintado?

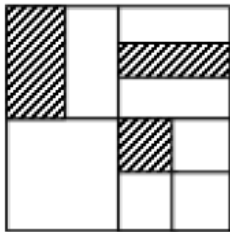
a) $1/9$

c) $4/9$

b) $2/9$

d) $20/9$

¿Qué parte del total representa la parte sombreada?



Encuentre el valor de $11x$ si:

$$\frac{x-2}{3} + \frac{x+1}{8} = \frac{5}{6}$$

a) 3

c) 33

b) 19

d) 35

a) $13/48$

c) $13/12$

b) $1/3$

d) $25/12$

Un árbol está sembrado frente a un poste de electricidad de 6 metros de altura. Debido a la inclinación de los rayos del sol, el poste hace una sombra sobre el suelo de 8 metros de largo, mientras que la sombra del árbol es de 2.4 metros de largo. ¿Cuál es la altura del árbol en metros?

- a) 20.00 m c) 1.80 m
b) 3.20 m d) 0.40 m

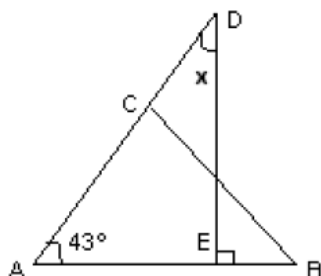
Un pizarrón de 250 cm de largo y 80 centímetros de altura tiene una cuadrícula de 2.5 centímetros por lado, ¿de cuántos cuadros consta el pizarrón?

- a) 132 c) 3,200
b) 1,032 d) 32,000

¿Cuál es el valor numérico de la expresión: $17 - 5\{3(2^2 - 6) - 12\} + 4$?

- a) - 212 c) - 69
b) - 159 d) 111

Si $AC = BC$, DE es perpendicular con AB y BC no es perpendicular con AD , entonces el valor del ángulo x es:



- a) 43° c) 86°
b) 47° d) 94°

En la fórmula $x^2 + 3 = 2x + y$, si $x = -4$ ¿cuál es el valor de y ?

- a) - 5 c) 19
b) 3 d) 27

Si $\frac{1}{x} - 2 = 12$, entonces el valor de $x+1$ es igual a:

- a) $-15/14$ c) $15/14$
b) $13/14$ d) $11/10$

Una persona tiene dos ofertas de trabajo como vendedor de aparatos eléctricos. Un distribuidor le paga Q1,000.00 mensuales más una comisión del 15% de las ventas que haga. Otro distribuidor le paga Q600.00 mensuales más un 20% de comisión. La ecuación que resuelve el problema de cuál es el total de ventas que debe lograr esta persona para obtener los mismos ingresos en ambos trabajos es:

- a) $1,000 + 15x = 600 + 20$
b) $15(1000 + x) = 20(600 + x)$
c) $1,000 + 0.15x = 600 + 0.2x$
d) $1,000 + 1.5x = 600 + 2x$

¿Cuál de las siguientes igualdades es correcta?

- a) $(-2)^3(-2)^2 = 2^6$
b) $(-2)^3(-2)^2 = (-2)^5$
c) $(-2)^3(-2)^2 = 4^5$
d) $(-2)^3(-2)^2 = 2^5$

¿Cuál de las siguientes operaciones está correcta?

- a) $(5^2)^3=5^5$
- b) $5^3 \cdot 5^4=25^7$
- c) $(5^2)^3=5^6$
- d) $5^3+5^4=5^7$

El valor numérico de $25 + 3(4^2 - 3^2) - 5(62 - 5(3^2))$ es:

- a) -2,393
- b) -1,193
- c) -197
- d) 87

Carolina y Juan fueron a la tienda y entre los dos se gastaron Q15.00. Carolina gastó Q3.20 más que Juan. ¿Cuánto gastó Juan?

- a) Q11.80
- b) Q9.10
- c) Q7.50
- d) Q5.90

Para pintar su casa, la familia Morales desea preparar 12 cubetas de pintura especial que lleva verde, blanco y azul, de tal manera que por cada cubeta de pintura especial, se usa un litro de pintura azul y por cada litro de azul, se utilizan 2 de verde y por cada 2 litros de verde, se gastan 3 litros de pintura blanca. Si cada litro de pintura de color cuesta Q15.50 y cada litro de blanca cuesta Q12.00, ¿cuál es el costo total que deben gastar para preparar las 12 cubetas de pintura especial?

- a) Q186.00
- b) Q432.00
- c) Q558.00
- d) Q990.00

Un ingeniero contrata a las empresas M y N para extraer 4500 m^3 de tierra de un pozo. La empresa M extrae 50 m^3 de tierra por día y la empresa N extrae 25 m^3 diarios. Cuando las empresas terminen el trabajo, ¿cuántos m^3 de tierra habrá extraído la empresa N?

- a) 75 m^3
- b) $1,500 \text{ m}^3$
- c) $2,250 \text{ m}^3$
- d) $3,000 \text{ m}^3$

Una camioneta pesa 1,215 libras. En su recorrido, la camioneta pesa 7,515 libras con todos sus pasajeros a bordo. Si en promedio cada pasajero pesa 150 libras, ¿cuántos pasajeros van en la camioneta?

- a) 42
- b) 50
- c) 58
- d) 150

El resultado de efectuar

$$5x^2 - x[5x - 3x(x - 8) - 11] + 3 \text{ es:}$$

- a) $3x^3 + 3x + 3$
- b) $-2x^3 + 21x^2 - 11x + 3$
- c) $3x^3 - 24x^2 + 11x + 3$
- d) $-76x^3 - 12x^4 - 44x^2 + 3$

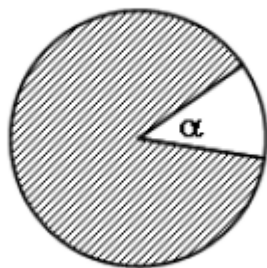
Deseo encontrar un número que al sumarle su doble, me de 210. ¿Cuál es la ecuación que resuelve este problema?

- a) $x + 2 = 210$
- b) $x + 2x = 210$
- c) $2x - x = 210$
- d) $x + 2 + x = 210$

Si $M \times N = 0$ y $M = 10$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera con respecto a N ?

- a) N es mayor que cero
- b) N es un número negativo
- c) N es igual a 0
- d) N es el recíproco de M

El área total del círculo es 480 cm^2
¿Cuánto mide la parte sombreada si $\alpha = 60^\circ$?



- a) 60 cm^2
- b) 120 cm^2
- c) 300 cm^2
- d) 400 cm^2

Para una rifa se pusieron a la venta 500 números, pero se aclaró que solo los números vendidos entraban a sorteo. En total se vendieron 420 números, de los cuales Luisa compró 21. ¿Qué probabilidad tiene Luisa de ganar la rifa?

- a) 4.2%
- b) 5.0%
- c) 20.0%
- d) 84.0%

¿El valor de $\sqrt[3]{36x^2\sqrt{12x\sqrt{9x^2}}}$ es?

- a) $3x$
- b) $6x$
- c) $12x$
- d) $36x$

Para una rifa se pusieron a la venta 500 números, pero se aclaró que solo los números vendidos entraban a sorteo. En total se vendieron 420 números, de los cuales Luisa compró 21. ¿Qué probabilidad tiene Luisa de ganar la rifa?

- a) 4.2%
- b) 5.0%
- c) 20.0%
- d) 84.0%

Resuelva la siguiente operación:

$$\left(-\frac{6}{5} + \frac{1}{3}\right) * \frac{3}{26}$$

a) $-\frac{21}{208}$ c) $-\frac{15}{22}$

b) $\frac{1}{10}$ d) $-\frac{1}{10}$

La interpretación verbal de

$$\frac{3}{5}(x^2 + 3y)^2 \text{ es:}$$

- a) Los $\frac{3}{5}$ del cuadrado de x más el triplo de y al cuadrado.
- b) Los $\frac{3}{5}$ de la suma de x al cuadrado más $3y$ elevada al cuadrado.
- c) Los $\frac{3}{5}$ del cuadrado de la suma de x al cuadrado más $3y$.
- d) El producto de los $\frac{3}{5}$ del cuadrado de x sumado con $3y$.

La tabla representa el número de mujeres y hombres inscritos en el curso de Geometría que se imparte en las secciones A y B. Si se elige a un estudiante de este curso al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea hombre y esté en la sección A?

	Sección "A"	Sección "B"	Total
Mujeres	31	24	55
Hombres	17	18	35
	48	42	90

a) $\frac{17}{48}$

b) $\frac{17}{90}$

c) $\frac{17}{35}$

d) $\frac{48}{90}$

La distancia entre dos ciudades es de 42 km. Usualmente toma 28 minutos ir de una ciudad a otra pero, debido a las reparaciones que se están haciendo en la carretera, el viaje toma ahora 14 minutos más de tiempo. Encuentre la velocidad a la que se puede manejar ahora.

(Recuerde $d = vt$)

a) 90 km/h c) 30 km/h

b) 60 km/h d) 180 km/h

¿Cuál es el valor de

$$(2x^2 - 3y)^2 - 5(x + y) \text{ si } x = 2 \text{ y } y = -3?$$

a) 314

c) 284

b) 294

d) 264

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a) $5^2 + 2^5 = 7^7$ c) $5^2 \cdot 5^5 = 5^7$
 b) $5^2 \cdot 5^5 = 5^{10}$ d) $5^2 \cdot 2^5 = 10^7$

Si $a=3x-5$ y $b=5x+2$, ¿cuál es el valor de a^2+b^2 ?

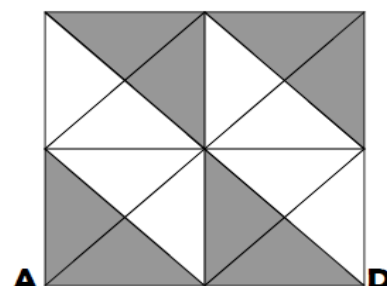
- a) $34x^2-21$ c) $34x^2-10x+29$
 b) $34x^2+29$ d) $34x^2-5x+29$

¿Cuál de las siguientes desigualdades es verdadera?

- a) $-\frac{4}{5} > -\frac{3}{7}$ c) $-3.18 > -1.94$
 b) $4.1\bar{6} < 4.15$ d) $\frac{12}{23} < \frac{2}{3}$

¿Cuál es el área del piso que no está sombreada, si el bloque que se tomó de muestra ABCD, tiene forma cuadrada de 12 metros por lado?

BC



- a) 36 m^2 c) 72 m^2
 b) 48 m^2 d) 144 m^2

Resuelva la siguiente operación:

$$\frac{5}{16} \div \left(\frac{3}{8} - \frac{2}{5} \right)$$

- a) $\frac{15}{16}$ c) $-\frac{25}{2}$
 b) $-\frac{4}{50}$ d) $\frac{25}{2}$

Un tanque de combustible con capacidad de 1,000 litros, tiene ahora 240 litros de gasolina. ¿En cuánto tiempo se llenará el tanque si se usa una manguera para llenar lo que bombea a 25 litros por minuto? La ecuación que resuelve el problema es:

- a) $1,000 + 25t = 240$
- b) $25t = 1,240$
- c) $240 + 25t = 1,000$
- d) $240(t + 25) = 1,000$

¿Cuál es el valor de x en la ecuación

$$7(x - 3) + 3\left(\frac{2}{3}x - 1\right) = \frac{1}{3}?$$

- a) $1/3$
- c) $13/27$

Soraya fue a una entrevista de trabajo y se perdió en el edificio. Empezó en el primer piso y luego decidió subir 4 pisos. Después bajó 3 pisos, luego subió otros 7 y por último bajó otro piso hasta dar con la oficina donde la habían citado. Tomando en cuenta que cada bajada de piso le lleva 26 segundos y cada subida le toma 34 segundos, ¿cuánto tiempo tardó Soraya en encontrar la oficina que buscaba?

- a) 5 minutos con 18 segundos
- b) 7 minutos con 58 segundos
- c) 8 minutos con 36 segundos
- d) 7 minutos con 26 segundos

Roberto recibe una herencia e invierte $2/5$ de la misma en un negocio. Del resto le presta a su hermana Q10, 000.00 y le quedan Q50, 000.00. ¿De cuánto fue la herencia que recibió?

- a) Q100, 000.00
- c) Q125, 000.00
- b) Q150, 000.00
- d) Q60, 000.00

Para poder completar una parte de la vía del tren, se va a construir a través de una montaña un túnel rectangular. La entrada a la montaña debe medir 5 metros de alto y 9 metros de ancho, si se calcula que la longitud del túnel será de 25 metros, ¿cuántos metros cúbicos de tierra se deben remover para poder construirlo?

- a) 45 m^3
- c) 225 m^3
- b) 125 m^3
- d) $1,125 \text{ m}^3$



Apéndice 11

Compilación de técnicas

PROPUESTA DE SISTEMATIZACIÓN PARA
DOCENTES DE LA INSTITUCIÓN EDIVER
UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA

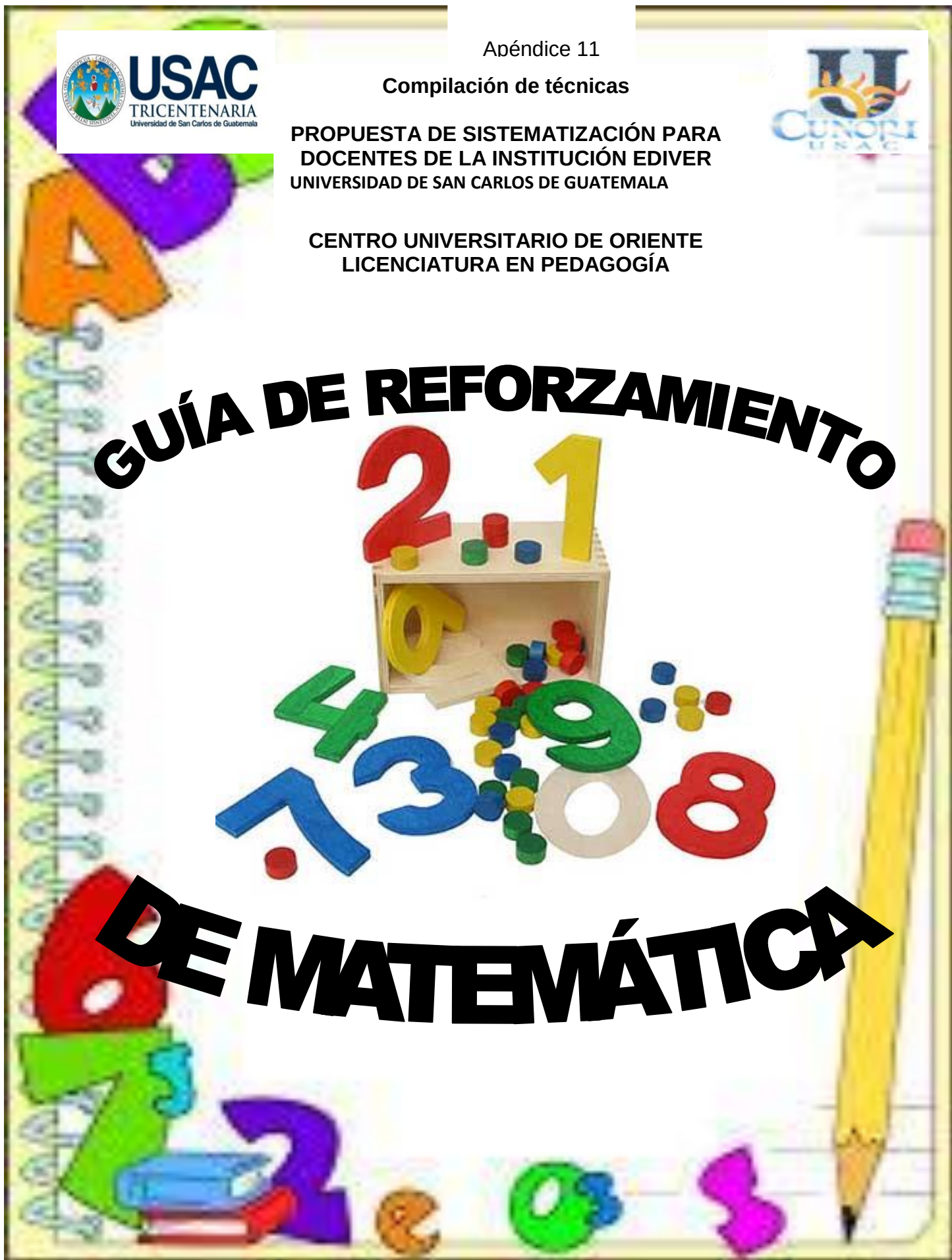
CENTRO UNIVERSITARIO DE ORIENTE
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA



GUÍA DE REFORZAMIENTO



DE MATEMÁTICA



PRESENTACIÓN

Los programas de refuerzo, en el último año de la carrera de magisterio, perito o secretariado presentan las medidas destinadas a favorecer el desarrollo de las capacidades básicas no adquiridas por el alumnado. La finalidad principal de los programas del refuerzo del área de matemáticas es proporcionar una ayuda específica al alumnado que, por una razón u otra, necesita superar aquellas dificultades que disminuyen su rendimiento escolar. Para emprender con garantías de éxito este proceso es fundamental partir de las creencias que cada alumno y alumna ha ido elaborando a lo largo de su trayectoria académica sobre el grado de satisfacción personal conseguido.

Dado que esas creencias pueden actuar de manera inhibidora, la tarea más importante que puede cumplir un programa de refuerzo es, justamente, diseñar un plan de trabajo que le permita descubrir su manera de aprender para fortalecer la frecuente pérdida de confianza, seguridad y satisfacción en sus propias capacidades. El refuerzo del área de matemáticas se propone ir más allá del papel educador que suele estar implícito en los ámbitos de apoyo curricular. Su objetivo es potenciar las competencias de matemáticas, de autonomía e iniciativa personal y de aprender a aprender, y no incrementar las horas dedicadas a impartir las materias de matemáticas. Se trata de revisar con el alumnado las actitudes y los procesos básicos relacionados con su modo de aprender y de enfrentarse a sus metas personales y académicas.

Esto permitirá entrenar a los y las estudiantes en las líneas generales de trabajo que son el fundamento necesario para poder participar de manera autónoma y responsable en el resto de las áreas y materias del currículo.

La presente compilación es un aporte para que se refuerce el área de matemáticas en los centros educativos interesados en el tema.

Esta compilación fue creada por la Profesora de Enseñanza Media Angelica Lemus con los siguientes propósitos o fines:

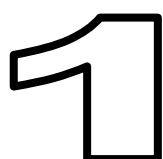
- ✓ Orientar a docentes del nivel diversificado para impartir y reforzar el área de matemáticas.
- ✓ Desarrollar el proceso de enseñanza-aprendizaje fundamentado en la lógica matemáticas.

Esta compilación de técnicas proporciona los ejemplos, ejercicios y evaluación de cada uno de los temas que el o la docente puede asignar y desarrollar con sus estudiantes. Los temas fueron clasificados de acuerdo a los niveles de dificultad. Cada ejercicio tiene su nombre respectivo.

Los principales beneficiarios serán los estudiantes graduandos de las diferentes carreras en las cuales se lleve a cabo el proceso de reforzamiento de los contenidos matemáticos.

CONTENIDO

Presentación	2
Números naturales	4
Divisibilidad	16
Fracciones	21
Números decimales	26
Números enteros	29
Introducción al álgebra	32
Sistema métrico decimal	37
Proporcionalidad numérica	42
Ángulos y rectas	47
Polígonos y circunferencia	52
Perímetros y áreas de figuras planas	57
Cuerpos geométricos	65
Funciones y gráficas	70
Probabilidad	73



NÚMEROS NATURALES

El estudio de los números naturales implica el conocimiento y la comprensión del sistema de numeración decimal que actualmente empleamos. Por medio de ejemplos sencillos y cotidianos se hará reflexionar a los alumnos sobre la utilidad de su empleo.

Con las operaciones básicas de suma, resta, multiplicación y división aprenderán a manejar con soltura los números naturales. Se estudiará asimismo la potenciación, reflexionando sobre su utilidad para representar de forma abreviada cálculos matemáticos.

- El sistema de numeración decimal utiliza las cifras del 0 al 9. Es un sistema *posicional*, porque el valor de cada cifra en el número depende del lugar o posición que ocupa.
- Con los números naturales se realizan *sumas, restas, multiplicaciones y divisiones*.
- Las *operaciones combinadas* hay que realizarlas en este orden: primero los paréntesis, después las multiplicaciones y divisiones en el orden en que aparecen, de izquierda a derecha, y finalmente las sumas y restas.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Conocer la estructura del sistema de numeración decimal.	• Sistema de numeración decimal. • Orden, equivalencia y posición de los números.	• Lectura, escritura, ordenación y comparación de números naturales. • Identificación de los distintos ordenes de unidades y el valor posicional de cada cifra.
2. Realizar operaciones con números naturales.	• Suma y resta. • Multiplicación y división. • Operaciones combinadas.	• Identificación de los términos de las operaciones. • Aplicación de las relaciones entre suma y resta. • Aplicación de las relaciones entre multiplicación y división.

1 CONOCER LA ESTRUCTURA DEL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

El sistema de numeración decimal tiene dos características:

- 1.ª Es **decimal**: 10 unidades de un orden forman 1 unidad del orden siguiente.
- 2.ª Es **posicional**: el valor de cada cifra depende de su posición en el número.

MILLONES (MM)			MILLARES (M)			UNIDADES (U)		
Centena de millón	Decena de millón	Unidad de millón	Centena de millar	Decena de millar	Unidad de millar	Centena	Decena	Unidad
CMM	DMM	UMM	CM	DM	UM	C	D	U

- 3 Completa la tabla, indicando el orden de unidades y el valor de la cifra 7 en cada número.

NÚMERO	ORDEN DE UNIDADES	VALOR	SE LEE
15.728	Centenas	700	Quince mil setecientos veintiocho
			Setenta y cuatro mil ciento cincuenta y seis
1.967			
87.003			Ochenta y siete mil tres
415			
			Cuarenta y cinco

- 4 Escribe la descomposición polinómica de los siguientes números.

NÚMERO	DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA
432.100	400.000 + 30.000 + 2.000 + 100
234.912	
3.432.000	
32.111.120	
1.540.003	
533	

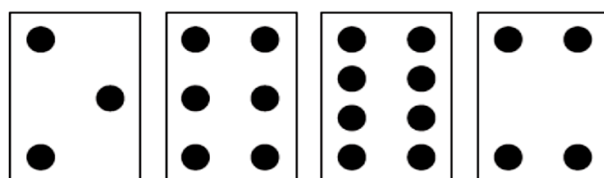
- 5 Escribe el número que representa cada descomposición polinómica.

DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA	NÚMERO
5.000.000 + 300.000 + 70.000 + 8.000 + 100 + 50 + 6	
700.000 + 9.000 + 500 + 40 + 1	
10 UMM + 80 CM + 40 DM + 1 UM	
4 DM + 5 UM + 8 C + 6 D + 9 U	
7 UM + 0 C + 4 D + 1 U	
23 DMM + 15 UMM + 1 CM + 10 DM + 4 UM	

- 6** Escribe 4 números anteriores y posteriores a 8.475.

<u>Anteriores</u>	8.475	<u>Posteriores</u>
.....		
.....		
.....		
.....		

- 7** Forma 6 números de 4 cifras con los números de las siguientes figuras. Ordénalos de menor a mayor (<).



Números:

Ordenación:

..... < < < < <

- 8** Dados los siguientes números, colócalos en su lugar correspondiente.

17.630 7.478 15.080 51.498 5.478 7.500

..... < < < 15.080 < <

- 9** Por un aeropuerto han pasado en 8 días los siguientes números de pasajeros.

24.789, 33.990, 17.462, 26.731, 30.175, 28.430, 31.305, 19.853

Ordena los números de pasajeros en orden creciente, de menor a mayor.

1 Efectúa las siguientes operaciones.

a) $23.612 + 915 + 1.036 =$

b) $114.308 + 24.561 + 37 =$

2 Completa con las cifras correspondientes.

a)

	1		4	4		3
+		5			7	
	6	9	1	0	3	5

b)

			6		3	
-	1	2		8		4
	4	1	5	6	4	2

La suma y la resta son operaciones inversas.

$$3.058 + 819 = 3.877 \quad 3.877 - 819 = 3.058$$

$$3.877 - 3.058 = 819$$

3 Completa las operaciones y escribe dos restas por cada suma.

a) $5.665 + 1.335 =$

b) $777 + 11.099 =$

La **multiplicación** es la suma de varios sumandos iguales.

Los términos de la multiplicación se denominan **factores**. El resultado final se llama **producto**.

EJEMPLO

En una regata de barcos de vela hay 20 barcos con 4 tripulantes cada uno.
¿Cuántos tripulantes participan en total?

$$4 + 4 + 4 + 4 + \dots + 4 \quad 20 \text{ veces} \rightarrow 4 \cdot 20 = 80 \text{ tripulantes}$$

4 Completa.

a) $50 + 50 + 50 + 50 + 50 + 50 = 50 \cdot \boxed{} = \boxed{}$

b) $415 + 415 + 415 + 415 + 415 + 415 = \boxed{} \cdot \boxed{} = \boxed{}$

5 Efectúa las multiplicaciones.

×	80	65	12	10
7				
5				
8				
15				
20				

×	5	10	20	25
10				
100				
1.000				
10.000				
100.000				

La multiplicación de dos o más números se puede realizar de distintas maneras sin que el resultado varíe. Son las **propiedades conmutativa y asociativa**.

EJEMPLO

Por una carretera circulan 6 camiones que transportan 10 coches cada uno. ¿Cuántos coches son?

Conmutativa

$$6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 = 6 \cdot 10 = 60 \text{ coches}$$

$$10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 10 \cdot 6 = 60 \text{ coches}$$

El resultado no varía:

$$6 \cdot 10 = 10 \cdot 6$$

Si cada uno de esos coches tiene 4 ruedas, ¿cuántas ruedas hay en total?

Asociativa

$$(6 \cdot 10) \cdot 4 = 60 \cdot 4 = 240 \text{ ruedas} \quad 6 \cdot (10 \cdot 4) = 6 \cdot 40 = 240 \text{ ruedas}$$

El resultado no varía:

$$(6 \cdot 10) \cdot 4 = 6 \cdot (10 \cdot 4)$$

6 Completa.

a) $8 \cdot 9 = 9 \cdot \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

b) $\dots\dots\dots \cdot 15 = 15 \cdot \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

c) $\dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

d) $\dots\dots\dots \cdot 6 = \dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots = 48$

7 Completa.

a) $12 \cdot 4 \cdot 2 = 12 \cdot (4 \cdot 2) = 12 \cdot 8 = 96$

$12 \cdot 4 \cdot 2 = (12 \cdot 4) \cdot 2 = \dots\dots\dots \cdot 2 = \dots\dots\dots$

b) $7 \cdot 10 \cdot 3 = 7 \cdot (10 \cdot 3) = \dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$7 \cdot 10 \cdot 3 = (7 \cdot 10) \cdot 3 = \dots\dots\dots \cdot \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

c) $11 \cdot 5 \cdot 6 =$

$11 \cdot 5 \cdot 6 =$

d) $3 \cdot 5 \cdot 10 =$

$3 \cdot 5 \cdot 10 =$

1 Efectúa las siguientes operaciones.

a) $23.612 + 915 + 1.036 =$

$8 \quad + 24.561 + 37 =$

2 Completa con las cifras correspondientes.

a)

	1		4	4		3
+		5			7	
	6	9	1	0	3	5

b)

			6		3	
-	1	2		8		4
	4	1	5	6	4	2

La suma y la resta son operaciones inversas.

$$3.058 + 819 = 3.877 \quad 3.877 - 819 = 3.058$$

$$3.877 - 3.058 = 819$$

3 Completa las operaciones y escribe dos restas por cada suma.

a) $5.665 + 1.335 =$

b) $777 + 11.099 =$

La **multiplicación** es la suma de varios sumandos iguales.

Los términos de la multiplicación se denominan **factores**. El resultado final se llama **producto**.

EJEMPLO

En una regata de barcos de vela hay 20 barcos con 4 tripulantes cada uno.
¿Cuántos tripulantes participan en total?

$$4 + 4 + 4 + 4 + \dots + 4 \quad 20 \text{ veces} \rightarrow 4 \cdot 20 = 80 \text{ tripulantes}$$

4 Completa.

a) $50 + 50 + 50 + 50 + 50 + 50 = 50 \cdot \square = \square$

b) $415 + 415 + 415 + 415 + 415 + 415 = \square \cdot \square = \square$

5 Efectúa las multiplicaciones.

×	80	65	12	10
7				
5				
8				
15				
20				

×	5	10	20	25
10				
100				
1.000				
10.000				
100.000				

Dividir es repartir una cantidad en partes iguales.

Los términos de la división se llaman **dividendo**, **divisor**, **cociente** y **resto**.

- **Dividendo:** cantidad que se reparte (D).
- **Divisor:** número de partes que se hacen (d).
- **Cociente:** cantidad que corresponde a cada parte (c).
- **Resto:** cantidad que queda sin repartir (r).

EJEMPLO

Juan ha traído a clase 450 golosinas. Las reparte entre sus 25 compañeros.

¿Cuántas golosinas le tocan a cada uno?

Dividendo: $D = 450$

Divisor: $d = 25$

Cociente: $c = 18$

Resto: $r = 0$

$$450 \overline{) 25}$$

200 18 golosinas le tocan a cada compañero.

0

En toda división se cumple que:

$$D = d \cdot c + r \text{ (propiedad fundamental de la división)}$$

La división puede ser:

- **Exacta.** Su resto es cero: $r = 0$.
No sobra ninguna cantidad.
- **Inexacta.** Su resto no es cero: $r \neq 0$ y $r < d$.
Se denomina división entera.

EJEMPLO

Exacta

$$\begin{array}{r} 288 \overline{) 24} \\ 48 \quad 12 \\ 0 \end{array}$$

$$288 = 24 \cdot 12$$

$$r = 0$$

Inexacta

$$\begin{array}{r} 96 \overline{) 25} \\ 21 \quad 3 \end{array}$$

$$96 = 25 \cdot 3 + 21$$

$$r = 21 \text{ y } 21 < 25$$

- 8 ¿Cuántas garrafas de 50 litros se pueden llenar con el contenido de cada uno de estos bidones?



garrafa



bidón



bidón

- 9 Resuelve las siguientes divisiones. Indica cuáles son exactas e inexactas. Utiliza la propiedad fundamental de la división.

a) $609 : 3 =$

c) $1.046 : 23 =$

b) $305 : 15 =$

d) $16.605 : 81 =$

- 10 Completa estas tablas.

DIVIDENDO	DIVISOR	COCIENTE
350	5	
54		9
	4	30

DIVIDENDO	DIVISOR	COCIENTE
	3	45
150		30
500	10	

- 11 Los 2.700 alumnos de un colegio van de campamento. ¿Pueden ir en autobuses de 55 plazas sin que sobre ninguno? ¿Y en autobuses de 30 plazas? Razona tus respuestas.

OPERACIONES COMBINADAS

Para resolver operaciones combinadas (sumas, restas, multiplicaciones y divisiones...) hay que seguir un orden:

- 1.º Quitar **paréntesis**.
- 2.º Resolver las **multiplicaciones y divisiones** (en el orden en que aparecen).
- 3.º Resolver las **sumas y restas** (en el orden en que aparecen).

EJEMPLO

$$725 - (60 \cdot 7 + 10) = 725 - (420 + 10) = 725 - 430 = 295$$

$$(15 \cdot 2) : (17 - 12) = 30 : 5 = 6$$

- 12 Efectúa las siguientes operaciones combinadas.

a) $450 - (75 \cdot 2 + 90) = 450 - (150 + 90) = 450 - 240 = 210$

b) $350 + (80 \cdot 6 - 150) =$

c) $600 : 50 + 125 \cdot 7 =$

d) $8 \cdot (50 - 15) : 14 + (32 - 8) \cdot 5 =$

COMPRENDER EL CONCEPTO DE POTENCIA

1

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Una **potencia** es la forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales.

EJEMPLO

En el gimnasio del colegio hay 4 cajas de cartón, cada una de las cuales contiene 4 redes con 4 pelotas en cada red. ¿Cuántas pelotas hay en total?

4 cajas, 4 redes y 4 pelotas $\longrightarrow 4 \cdot 4 \cdot 4 = 216$ pelotas

Esta operación la podemos expresar de la siguiente manera.

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$$

4^3 es una potencia.

Una potencia está formada por una base y un exponente.

Base: factor que se repite.

$$4^3$$

Exponente: número de veces que hay que multiplicar la base por sí misma.

Se lee: «Cuatro elevado al cubo».

Por tanto: $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$.

1 Completa la siguiente tabla.

POTENCIA	BASE	EXPONENTE	SE LEE
3^5			Tres (elevado) a la quinta
6^4			
	10	3	
			Cinco (elevado) a la sexta

2 Resuelve con la calculadora. ¿Qué observas en los ejercicios a) y b), y c) y d)?

a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$

d) $6 \cdot 6 =$

b) $7 \cdot 7 \cdot 7 =$

e) $4 \cdot 4 \cdot 4 =$

c) $20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 \cdot 20 =$

f) $3 \cdot 3 \cdot 3 =$

3 Escribe como producto de factores iguales.

a) $2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

d) $10^5 =$

b) $6^3 =$

e) $7^4 =$

c) $8^2 =$

f) $5^5 =$

4 Halla el valor de las siguientes potencias.

a) $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$

d) $10^3 =$

b) $4^3 =$

e) $9^2 =$

c) $2^4 =$

f) $5^3 =$

5 Escribe con números.

a) Seis elevado al cuadrado =

c) Ocho elevado al cuadrado =

b) Tres elevado al cubo =

d) Diez elevado a la cuarta =

6 Completa la siguiente tabla.

NÚMEROS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Elevado al cuadrado	1						49			100
Elevado al cubo		8			125					

7 Expresa los siguientes números como potencias.a) $25 = 5 \cdot 5$ c) $81 =$ e) $100 =$ b) $49 =$ d) $64 =$ f) $36 =$ **POTENCIAS DE BASE 10**

- Las potencias de base 10 y cualquier número natural como exponente son un caso especial de potencias.
- Se utilizan para expresar números muy grandes: distancias espaciales, habitantes de un país, etc.

POTENCIA	EXPRESIÓN	NÚMERO	SE LEE
10^2	$10 \cdot 10$	100	Cien
10^3	$10 \cdot 10 \cdot 10$	1.000	Mil
10^4	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	10.000	Diez mil
10^5	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	100.000	Cien mil
10^6	$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$	1.000.000	Un millón

8 Expresa en forma de potencia de base 10 los siguientes productos.a) $10 \cdot 10 \cdot 10 =$ c) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$ b) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$ d) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 =$ **9** Completa.

NÚMERO	PRODUCTO DE DOS NÚMEROS	CON POTENCIA DE BASE 10
2.000	$2 \cdot 1.000$	$2 \cdot 10^3$
25.000		$25 \cdot$
	$15 \cdot 100$	
		$4 \cdot 10^6$
13.000.000		
	$33 \cdot 10.000$	

2

DIVISIBILIDAD

El concepto de divisibilidad requiere dominar la multiplicación, división y potenciación de números naturales. Es fundamental dedicar el tiempo necesario a la práctica de la descomposición de un número en factores primos, aplicando los criterios de divisibilidad explicados y aprendiendo a distinguir entre números primos y compuestos.

El empleo de la técnica de descomposición en factores primos de un número dado nos permite obtener los múltiplos y divisores de dicho número. El cálculo del máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de varios números será el paso siguiente. Este proceso no resultará complicado, pues se trata de aplicar, paso a paso, cada uno de los conceptos vistos durante la unidad.

Todos los conceptos que se tratan en la unidad son de gran utilidad, ya que nos sirven para transmitir e interpretar informaciones relacionadas con el entorno: número de baldosas necesarias para enlosar una habitación; cómo repartir una cantidad de litros en garrafas de diferente capacidad...

Al resolver problemas de la vida real, los alumnos aplicarán de forma práctica los conceptos explicados en la unidad, por lo que es fundamental que los entiendan y practiquen.

- Un *número natural* a es múltiplo de otro b si la división $a : b$ es exacta. Se dice también que b es *divisor* de a y que a es *divisible* por b .
- Un número es *divisible por 2* si acaba en 0 o cifra par. Es *divisible por 3* cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3. Es *divisible por 5* cuando acaba en 0 o 5. Y es *divisible por 10* cuando acaba en 0.
- *Número primo* es aquel que solo es divisible por él mismo y por la unidad. A los números que no son primos se les llama *compuestos*.
- La *descomposición en factores primos* permite expresar un número como producto de varios números primos elevados a potencias.
- El *máximo común divisor* (m.c.d.) de dos números es el mayor de los divisores comunes de ambos. Se obtiene descomponiendo cada número en producto de factores primos y multiplicando los factores comunes elevados al menor exponente.
- El *mínimo común múltiplo* (m.c.m.) de dos números es el menor de los múltiplos comunes. Se obtiene descomponiendo cada número en producto de factores primos y multiplicando los factores comunes y no comunes elevados al mayor exponente.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Identificar los múltiplos y divisores de un número.	• Cálculo de los múltiplos y divisores de un número. • Relación de divisibilidad.	• Cálculo de los múltiplos y divisores de un número.
2. Comprender y aplicar los criterios de divisibilidad.	• Criterios de divisibilidad por 2, 3, 5 y 10.	• Aplicación de los criterios de divisibilidad. • Expresión en forma de tabla de estos criterios.
3. Diferenciar entre número primo y número compuesto. Descomposición en factores primos.	• Números primos y compuestos. • Descomposición en factores primos.	• Identificación de números primos y compuestos. • Relación de divisibilidad entre dos números. • Escritura de un número como producto de factores primos

2

OBJETIVO 1

IDENTIFICAR LOS MÚLTIPLOS Y DIVISORES DE UN NÚMERO

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Los **múltiplos** de un número son aquellos que se obtienen multiplicando dicho número por 1, 2, 3, 4, 5... es decir, por los números naturales.

Múltiplos de 4 $\longrightarrow$ 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28...

EJEMPLO

En una tienda de deportes las pelotas de tenis se venden en botes de 3 unidades.
¿Cuántas pelotas puedo comprar?

3 pelotas	6 pelotas	9 pelotas	12 pelotas	15 pelotas	...
$3 \cdot 1 = 3$	$3 \cdot 2 = 6$	$3 \cdot 3 = 9$	$3 \cdot 4 = 12$	$3 \cdot 5 = 15$	...

Se pueden comprar 3, 6, 9, 12, 15... pelotas.

Los números 3, 6, 9, 12, 15... son múltiplos de 3.

1 Fíjate en la siguiente secuencia y complétala.

- 3 es múltiplo de 3 porque $3 = 3 \cdot 1$
- 6 es múltiplo de 3 porque $6 = 3 \cdot 2$
- 9 es múltiplo de 3 porque $9 = 3 \cdot 3$
- 12 es múltiplo de 3 porque $12 = 3 \cdot 4$
- 15 es múltiplo de 3 porque $15 = 3 \cdot \dots\dots$
- $\dots\dots$ es múltiplo de 3 porque $\dots\dots = 3 \cdot \dots\dots$
- $\dots\dots^{21}$ es múltiplo de 3 porque $\dots\dots = 3 \cdot \dots\dots$
- $\dots\dots$ es múltiplo de 3 porque $\dots\dots^{24} = 3 \cdot \dots\dots$
- $\dots\dots$ es múltiplo de 3 porque $\dots\dots = 3 \cdot \dots\dots$
- $\dots\dots$ es múltiplo de 3 porque $\dots\dots = 3 \cdot 10$

Son números $\dots\dots\dots$

2 Completa las siguientes tablas.

$\times$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1				4						
3										
5							35			
7		14								70
9										

3 Escribe los números que faltan (en algunos apartados pueden existir varias soluciones).

- a) 28 es múltiplo de 4 porque $28 = 4 \cdot \dots\dots$
 b) 35 es múltiplo de $\dots\dots$ porque $\dots\dots = \dots\dots \cdot 7$
 c) $\dots\dots$ es múltiplo de $\dots\dots$ porque $\dots\dots = \dots\dots \cdot \dots\dots$
 d) $\dots\dots$ es múltiplo de 8 porque $\dots\dots = 8 \cdot \dots\dots$
 e) 30 es múltiplo de 10 porque $30 = 10 \cdot \dots\dots$
 f) 54 es múltiplo de $\dots\dots$ porque $\dots\dots = \dots\dots \cdot \dots\dots$

4 Halla mentalmente cuatro múltiplos de:

- | | | |
|------|-------|------|
| a) 3 | c) 9 | e) 6 |
| b) 5 | d) 11 | f) 8 |

5 Escribe los números que sean:

- a) Múltiplos de 3 menores que 36.
 b) Múltiplos de 4 menores que 60.
 c) Múltiplos de 100 menores que 1.000.
 d) Múltiplos de 7 que estén comprendidos entre 30 y 90.

6 Juan acude a unos grandes almacenes y observa que algunos artículos se venden de la siguiente forma.

- Las cintas de vídeo en paquetes de 3 unidades.
- Los lápices en bolsas de 2 unidades.
- Los disquetes en cajas de 10 unidades.
- Los CD en grupos de 5 unidades.

¿Cuántas unidades de cada artículo podríamos comprar?

COMPRENDER Y APLICAR LOS CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

2

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Los **criterios de divisibilidad** son una serie de normas que permiten saber si un número es divisible por 2, 3, 5, 10...

Esta es también una manera fácil de realizar divisiones exactas. A continuación, vamos a hallar estos criterios.

EJEMPLO



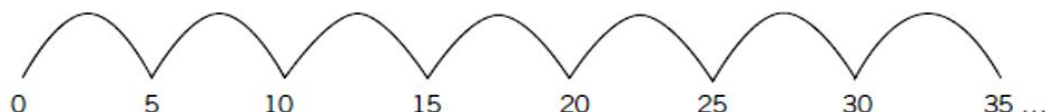
Un atleta recorre una distancia en saltos de 2 metros.



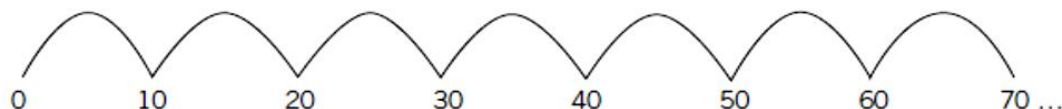
Una rana recorre una distancia en saltos de 3 metros.



Una garza recorre una distancia en saltos de 5 metros.



Un canguro recorre una distancia en saltos de 10 metros.



- Los saltos del atleta tienen algo en común: al dividirlos entre 2, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 2 y la distancia entre ellos es la misma, 2 metros.

Los números que acaban en 0, 2, 4, 6 y 8 son divisibles por 2. Esta es la regla de **divisibilidad por 2**.

- Los saltos de la rana tienen algo en común: al dividirlos entre 3, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 3 y la distancia entre ellos es la misma, 3 metros.

Observa que **si sumamos sus cifras, el número obtenido es múltiplo de 3**. Esta es la regla de **divisibilidad por 3**.

3, 12, 21... Sus cifras suman 3, que es múltiplo de 3.

6, 15, 24... Sus cifras suman 6, que es múltiplo de 3.

9, 18, 27... Sus cifras suman 9, que es múltiplo de 3.

- Los saltos de la garza tienen algo en común: al dividirlos entre 5, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 5 y la distancia entre ellos es la misma, 5 metros.

Los números que acaban en 0 o en 5 son divisibles por 5. Esta es la regla de **divisibilidad por 5**.

- Los saltos del canguro tienen algo en común: al dividirlos entre 10, la división es exacta: el resto es cero; son múltiplos de 10 y la distancia entre ellos es la misma, 10 metros.

Los números que acaban en 0 son divisibles por 10. Esta es la regla de **divisibilidad por 10**.

- 1** Indica cuál de los números cumple los criterios de divisibilidad de la tabla (algunos números pueden serlo por varios).

	DIVISIBLE POR 2	DIVISIBLE POR 3	DIVISIBLE POR 5	DIVISIBLE POR 10
18				
35				
40				
84				
100				
150				
1.038				
480				
1.002				
5.027				

- 2** De los números 230, 496, 520, 2.080, 2.100, 2.745 y 455, di:

- a) ¿Cuáles son múltiplos de 2?
- b) ¿Y múltiplos de 3?
- c) ¿Cuáles son múltiplos de 5?
- d) ¿Y múltiplos de 10?

- 3** Completa las cifras que faltan en cada número para que se cumpla el criterio de divisibilidad que se indica (pueden existir varias soluciones).

	DIVISIBLE POR 2	DIVISIBLE POR 3	DIVISIBLE POR 5	DIVISIBLE POR 10
36....	364	369	365	360
35.02....				
9....6			No puede ser. No acaba en 0 ni en...	
1.4....0				
8.8....5				
43....79	No puede ser. No acaba en 0, ni en 2...			

3

FRACCIONES

Con el empleo de las fracciones se observa la utilidad de los conceptos estudiados como, por ejemplo, las operaciones básicas con números naturales o el cálculo del mínimo común múltiplo y el máximo común divisor.

Recordar las distintas interpretaciones de una fracción (como parte de un total, como medida y como operador de un número) es el primer paso para comprender la estructura del conjunto de los números racionales.

Asimismo, representar las fracciones en la recta real o mediante figuras geométricas permite comprender conceptos como la relación de equivalencia entre fracciones, obtener fracciones equivalentes a una fracción dada, comparar fracciones y hallar fracciones comprendidas entre dos fracciones.

La realización de operaciones con fracciones no presenta gran dificultad y utiliza técnicas ya conocidas de otros cursos.

Además, conceptos como la equivalencia de fracciones y la fracción como expresión decimal serán la base para el estudio de la proporcionalidad numérica.

- Una *fracción* es un número, escrito de la forma $\frac{a}{b}$, donde a es el numerador y b el denominador.
- Una *fracción* puede interpretarse como *parte de un total*, como *medida* y como *operador de un número*.
- Una *fracción propia* es la que tiene el numerador menor que el denominador. Una *fracción impropia* tiene el numerador mayor que el denominador. Toda fracción impropia se puede expresar como *número mixto*, es decir, como un número natural más una fracción propia.
- Las fracciones se representan mediante *dibujos geométricos* y/o en la *recta real*. Se divide la figura o la recta en tantas unidades como indique el denominador, y se señalan tantas como señale el numerador.
- Las *fracciones equivalentes* a una fracción dada se obtienen multiplicando o dividiendo numerador y denominador por un mismo número.
- Para *sumar (o restar) fracciones* se reducen primero a común denominador y, después, se suman (o restan) los numeradores.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Comprender el concepto de fracción. Identificar sus términos.	• Concepto de fracción: numerador y denominador. Lectura de fracciones. • Interpretación gráfica. • Significados de la fracción: unidad, parte decimal y parte de un total.	• Identificación de los términos de una fracción y sus diferentes interpretaciones: numérica y gráficamente.
2. Diferenciar los tipos de fracciones. Representación en la recta real.	• Fracciones propias, impropias e iguales a la unidad. • Interpretación en la recta real.	• Determinación de fracciones en una gráfica y su valor en la recta real.
3. Comprender el significado de fracción equivalente.	• Fracción equivalente. • Comparación y obtención de fracciones equivalentes.	• Reconocimiento de fracciones equivalentes mediante la representación gráfica, amplificación y simplificación.
4. Realizar operaciones con fracciones.	• Suma y resta de fracciones de igual y distinto denominador. • Producto y división de fracciones. División de una fracción entre un número.	• Resolución de problemas mediante operaciones con fracciones. • Empleo de dibujos explicativos y cálculo mental.

3 TIPOS DE FRACCIONES. REPRESENTACIÓN EN LA RECTA REAL

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

FRACCIONES CUYO VALOR ES MENOR QUE LA UNIDAD: $\frac{a}{b} < 1$

- Se llaman fracciones **propias**.
- El numerador es **menor** que el denominador: $a < b$.
- El cociente entre a y b es menor que la unidad.

En el anterior ejemplo, Juan se comió los $\frac{3}{8}$ de la caja de quesitos.

- 3 es menor que 8 $\longrightarrow 3 < 8$
- $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375 \longrightarrow 0,375 < 1$

Juan se comió 3 de las 8 porciones de la caja, es decir, menos de una caja.

Son fracciones propias: $\frac{4}{5}, \frac{6}{7}, \frac{10}{15}, \frac{9}{12}$

1 Escribe fracciones propias y halla su valor decimal.

a) $\frac{9}{15} = 9 : 15 = 0,6$

c)

e)

b)

d)

f)

FRACCIONES CUYO VALOR ES IGUAL A LA UNIDAD: $\frac{a}{b} = 1$

- El numerador es **igual** que el denominador: $a = b$.
- El cociente entre a y b es igual a la unidad.

En el ejemplo anterior, Juan se comió los $\frac{8}{8}$ de la caja de quesitos.

- 8 es igual que 8 $\longrightarrow 8 = 8$
- $\frac{8}{8} = 8 : 8 = 1$

Juan se comió las 8 porciones de la caja, es decir, la caja entera (la unidad).

Son fracciones iguales a la unidad: $\frac{4}{4}, \frac{7}{7}, \frac{15}{15}, \frac{9}{9}$.

2 Escribe fracciones cuyo valor sea igual a la unidad.

a) $\frac{6}{6} = 6 : 6 = 1$

c)

e)

b)

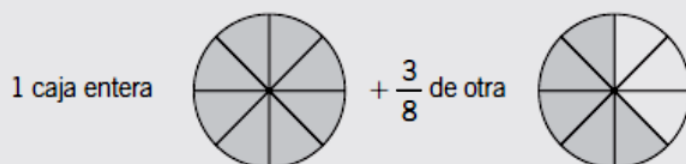
d)

f)

FRACCIONES CUYO VALOR ES MAYOR QUE LA UNIDAD: $\frac{a}{b} > 1$

- Se llaman fracciones **impropias**.
- El numerador es **mayor** que el denominador: $a > b$.
- El cociente entre a y b es mayor que la unidad.

Juan se come un día los $\frac{8}{8}$ de la caja de quesitos y otro día los $\frac{3}{8}$ de otra caja.



- Juan se ha comido 11 porciones cuya unidad contiene 8: $\frac{11}{8}$, siendo $11 > 8$.
- $\frac{8}{8} = 8 : 8 = 1$ más $\frac{3}{8} = 3 : 8 = 0,375$ es igual a $1,375 > 1$

$$\frac{11}{8} = \frac{8}{8} \quad \text{más} \quad \frac{3}{8} = 1 + \frac{3}{8} = 1 \frac{3}{8}$$

Esta expresión se conoce **número mixto**, y se compone de una fracción y un número natural.

Son fracciones impropias: $\frac{9}{5}$, $\frac{15}{10}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{25}{18}$.

3 Escribe fracciones impropias y halla su valor decimal.

a) $\frac{15}{8} = 15 : 8 = 1,875$

c)

e)

b)

d)

f)

4 Escribe las siguientes fracciones como un número mixto. Fíjate en el ejemplo.

a) $\frac{15}{8} = \frac{8}{8} + \frac{7}{8} = 1 + \frac{7}{8} = 1\frac{7}{8}$

c) $\frac{12}{9} =$

b) $\frac{20}{16} =$

d) $\frac{7}{4} =$

5 Representa gráficamente las fracciones $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{15}{8}$, $\frac{10}{7}$.

Ejemplo: $\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3}$

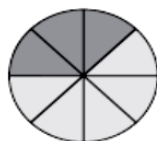


- Para expresar una cantidad de algo que es incompleto o partes de un total sin usar números o expresiones numéricas, utilizamos las **fracciones**.
- Ejemplos de frases en las que utilizamos fracciones son: «Dame la mitad de...», «solo nos falta hacer la cuarta parte del recorrido...», «se inundó la habitación de agua en dos quintas partes...», «los dos tercios del barril están vacíos...», «me he gastado la tercera parte de la paga...».
- Una fracción es una expresión matemática que consta de dos términos, llamados **numerador** y **denominador**, separados por una línea horizontal que se denomina **raya de fracción**.

Raya de fracción $\longrightarrow \frac{a}{b}$ $\longleftarrow$ Numerador
 $\longleftarrow$ Denominador

SIGNIFICADO DE LOS TÉRMINOS DE UNA FRACCIÓN: PARTE DE LA UNIDAD

- **Numerador (a).** Número de partes que tomamos de la unidad.
- **Denominador (b).** Número de partes iguales en las que se divide la unidad.
- **Raya de fracción (—).** Indica partición, parte de, cociente, entre, división.



3 porciones se come Juan (partes que toma de la caja)

8 porciones tiene la caja (partes iguales de la caja)

3 ← Numerador

8 ← Denominador

¿Cómo se leen las fracciones?

Si el numerador es	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Se lee	Uno	Dos	Tres	Cuatro	Cinco	Seis	Siete	Ocho	Nueve

Si el denominador es	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Se lee	Medios	Tercios	Cuartos	Quintos	Sextos	Séptimos	Octavos	Novenos	Décimos

Si el denominador es mayor que 10, se lee el número seguido del término -avo.

Si el denominador es	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Se lee	Onceavos	Doceavos	Treceavos	Catorceavos	Quinceavos	Dieciseisavos	Diecisieteavos	Dieciochoavos	Diecinueveavos

Por tanto, podemos decir que Juan se ha comido los *tres octavos* de la caja.

Así: $\frac{3}{7}$ se lee «tres séptimos».

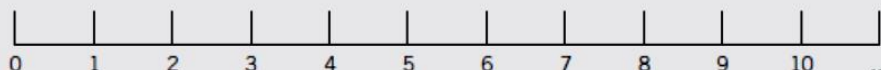
$\frac{6}{9}$ se lee «seis novenos».

$\frac{8}{11}$ se lee «ocho onceavos».

$\frac{5}{10}$ se lee «cinco décimos».

REPRESENTACIÓN DE FRACCIONES EN LA RECTA REAL

- Las fracciones se representan mediante dibujos, y al tener un valor numérico, aunque sea decimal, se pueden representar en la **recta real**.
- En la recta real, los **números** están **ordenados**, empezando por el cero: 0, 1, 2, 3, 4, 5...
- Al escribir estos números en nuestro cuaderno, por ejemplo, siempre hay que mantener la misma distancia entre ellos, porque les separa exactamente **una unidad**.



- 6 Representa en una recta los números: 3, 6, 9, 14, 15, 10, 19, 8.

Para **representar fracciones en la recta** seguimos estos pasos.

- 1.º Dibujamos una recta en nuestro cuaderno.
- 2.º Fijamos las unidades. Al estar el cuaderno cuadriculado podemos extender las unidades con amplitud, para que nos resulte más sencillo representar los puntos numéricos.
- 3.º Dividimos la unidad en partes como nos indique el denominador y tomamos (señalamos) las que nos indique el numerador (la fracción como parte de la unidad).

Recuerda que si la fracción es:

- 1.º Propia: su valor estará entre 0 y 1.
- 2.º Igual a la unidad: su valor será 1.
- 3.º Impropia: su valor será mayor que 1.

- 7 Representa las fracciones en estas rectas.

a) $\frac{7}{6}$

b) $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$

c) $1\frac{5}{6} = \frac{11}{6}$



4

NÚMEROS DECIMALES

El estudio de los números decimales comienza recordando el sistema de numeración decimal, que es la base de la expresión escrita de los números decimales, formados por una parte entera y una parte decimal.

Las representaciones gráficas de fracciones, ya sean en la recta real o mediante figuras geométricas, vuelven a aplicarse en esta unidad. A través de ellas se comparan y ordenan los números decimales. Aprenderemos también la relación existente entre una fracción y un número decimal, y cómo pasar de una a otro.

La realización de sumas, restas, multiplicaciones y divisiones con números decimales tiene como base los números naturales. Se aplica la propiedad fundamental de la división, ya estudiada en los números naturales, y se distinguen los distintos casos que se pueden dar, según se trate de división decimal de números naturales o decimales. Se trabajarán tanto la multiplicación como la división de la unidad seguida de ceros.

- Un *número decimal* consta de parte entera y parte decimal, separadas por una coma.
- Una *fracción decimal* es aquella cuyo denominador es una potencia de 10.
- Cada cifra decimal tiene un *valor* según la *posición* que ocupa después de la coma decimal.
- Para *comparar dos números decimales* se escriben con igual número de cifras decimales, se quita la coma y se comparan los números resultantes.
- Para *sumar o restar* se colocan los números en fila, con la coma situada en la misma columna, y se suman o restan los números de la misma columna, poniendo la coma en el lugar correspondiente.
- Para *multiplicar* se hace como si fueran números naturales. Luego se coloca la coma en el resultado, separando tantas cifras como decimales tengan en total los dos factores.
- Las *divisiones* de números decimales se resuelven cada una de forma diferente.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Comprender el concepto de número decimal. Reconocer el orden de las unidades y el valor de posición de las cifras.	• Número decimal. Décimas, centésimas y milésimas. Equivalencias. Posición y orden del sistema decimal. • Representación gráfica.	• Identificación de números decimales: lectura y escritura con números y letras. • Reconocimiento de números decimales en una gráfica y su valor en la recta numérica.
2. Comparar y ordenar números decimales. Relación entre fracción y número decimal.	• Comparación de números decimales. • Representación en la recta numérica. • Fracción y número decimal.	• Comparación y ordenación de números decimales, numérica y gráficamente.
3. Realizar sumas y restas con números decimales.	• Suma y resta de números decimales.	• Resolución de operaciones con números decimales: suma y resta.
4. Realizar multiplicaciones y divisiones con números decimales.	• Multiplicación y división de números decimales por la unidad seguida de ceros.	• Cálculo mental de multiplicaciones y divisiones de números decimales por la unidad seguida de ceros.

4

COMPRENDER EL CONCEPTO DE NÚMERO DECIMAL

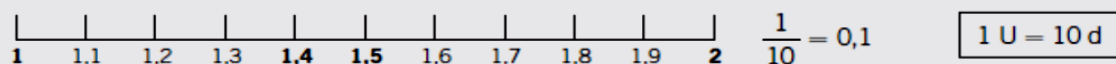
NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

El sistema de numeración decimal tiene dos características:

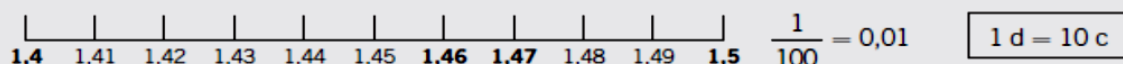
- 1.ª Es **decimal**: 10 unidades de un orden forman 1 unidad del orden siguiente.
- 2.ª Es **posicional**: el valor de cada cifra depende de su posición en el número.

PARTE ENTERA			PARTE DECIMAL		
Centena	Decena	Unidad	Décima	Centésima	Milésima
C	D	U	d	c	m

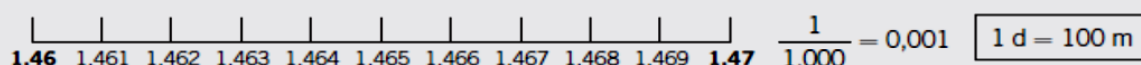
- Si dividimos una unidad en 10 partes iguales, cada parte se llama **décima**.



- Si dividimos una unidad en 100 partes iguales, cada parte se llama **centésima**.



- Si dividimos una unidad en 1.000 partes iguales, cada parte se llama **milésima**.



1 unidad = 10 décimas = 100 centésimas = 1.000 milésimas

1 Escribe con cifras.

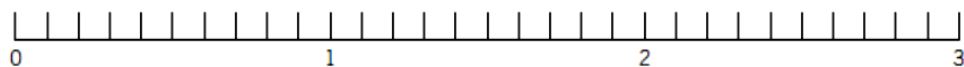
- | | | |
|-------------------|-----------------------|------------------------------|
| a) Cinco décimas. | c) Once milésimas. | e) Diez centésimas. |
| b) Una décima. | d) Quince centésimas. | f) Ciento catorce milésimas. |

2 Completa la siguiente tabla.

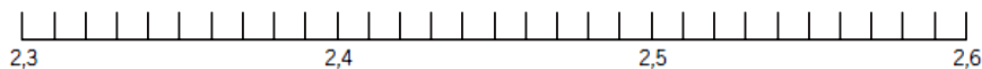
NÚMERO	PARTE ENTERA	PARTE DECIMAL	SE LEE
15,6	15	6	Quince unidades seis décimas
3,27			
	23	35	
0,9			
			Nueve unidades treinta y tres centésimas

3 Representa los números en una recta numérica.

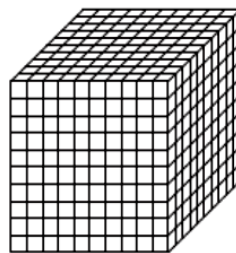
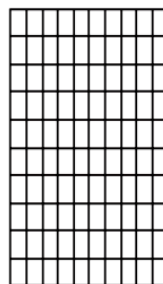
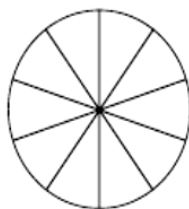
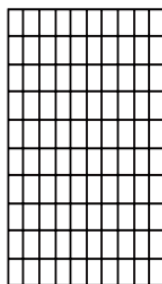
- a) 2,5 b) 1,9 c) 0,4 d) 2,8 e) 1,3 f) 0,2

**4 Representa los siguientes números en una recta numérica.**

- a) 2,35 b) 2,59 c) 2,55 d) 2,43 e) 2,48 f) 2,33

**5 Colorea en cada caso el número que se indica.**

- a) 25 centésimas. b) 9 décimas. c) 49 centésimas. d) 125 milésimas.

**6 Completa las siguientes expresiones.**

- a) 3 décimas = 30 centésimas. d) 20 unidades = décimas.
 b) 5 centésimas = milésimas. e) 7 décimas = milésimas.
 c) 15 unidades = milésimas. f) 4 centésimas = milésimas.

7 ¿Cuál es el valor de la cifra 7 en cada número?

- a) 37,98 b) 43,07 c) 91,75 d) 70,51 e) 52,347

8 Realiza la descomposición de los siguientes números.

C	D	U
4	3	0
5	0	9
7	4	5

d	c	m
5	8	1
0	3	2
3	0	3

DESCOMPOSICIÓN
400 + 30 + 0,5 + 0,08 + 0,001
600 + 50 + 4 + 0,1 + 0,03 + 0,007
80 + 9 + 0,4 + 0,03 + 0,005

NÚMEROS ENTEROS

El concepto de número entero negativo implica la inclusión en el sistema numérico de unos números que superan el concepto de cantidad que mostraban los números naturales. Por medio de ejemplos sencillos y cotidianos se mostrará a los alumnos la necesidad de su utilización.

Es preciso afianzar la representación numérica de los números enteros, la existencia de signos que les preceden, su orden y la posibilidad de realizar comparaciones.

Mediante conceptos como *añadir, tener, sobre, más que*, y otros como *reducir, menos que, deber*, las reglas de los signos y el uso de los paréntesis, realizaremos operaciones básicas con números enteros.

- Los *números enteros* son los números naturales precedidos de los signos $+$ y $-$.
- El *mayor de dos números enteros* es el que está situado más a la derecha en la recta numérica.
- *Valor absoluto* de un número entero es el número natural que resulta de eliminar su signo.
- Para *sumar* dos números enteros del mismo signo se suman sus valores absolutos y se pone el mismo signo. Si tienen distinto signo, se restan sus valores absolutos y se pone el signo del número mayor.
- Para *restar* dos números enteros se suma al primero el opuesto del segundo.
- Para *multiplicar* dos números enteros se multiplican sus valores absolutos. Se añade el signo $+$ si los dos factores tienen igual signo, y signo $-$ si tienen signos distintos.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Comprender el significado de los números enteros: positivos y negativos.	• Números negativos y positivos. • Números enteros.	• Identificación de los números enteros en diversos contextos y situaciones de la vida real.
2. Representar, ordenar y comparar números enteros.	• Recta numérica. Representación y comparación de números enteros. • Valor absoluto. • Opuesto de un número.	• Representación y comparación de números enteros en la recta numérica. • Comparación de números enteros a partir de su valor absoluto.
3. Realizar sumas y restas con números enteros.	• Suma y resta de números enteros. • Operaciones combinadas.	• Realización de operaciones de suma y resta de números enteros. • Uso correcto de los signos y paréntesis.
4. Realizar multiplicaciones y divisiones con números enteros.	• Multiplicación y división de números enteros. • Regla de los signos.	• Realización de operaciones de multiplicación y división de números enteros. • Uso de la regla de los signos para agilizar las operaciones.

5

SIGNIFICADO DE LOS NÚMEROS ENTEROS: POSITIVOS Y NEGATIVOS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

NÚMEROS NEGATIVOS

En nuestra vida diaria observamos, leemos y decimos expresiones del tipo:

- a) Hemos dejado el coche aparcado en el segundo sótano.
- b) El submarino está a ciento veinte metros bajo el nivel del mar.
- c) Hace una temperatura de cuatro grados bajo cero.
- d) Tu cuenta está en números rojos, debes 160 euros.

Desde el punto de vista matemático, y en la práctica, se expresan así:

- a) El coche está en la planta -2 . Se lee «menos dos».
- b) El submarino está a -120 . Se lee «menos 120».
- c) Hace una temperatura de -4 °C. Se lee «menos cuatro».

-2 , -120 , -4 , -160 son **números negativos**.

Expresan cantidades, situaciones, medidas, cuyo valor es **menor que cero**.

Les precede el signo **menos** ($-$).

Se asocian a expresiones del tipo: *menos que, deber, bajo, disminuir o restar*.

1 Expresa con números negativos.

- a) La cueva está a cincuenta y cinco metros de profundidad.
- b) La sección de juguetes está en el tercer sótano.
- c) La temperatura es de un grado bajo cero.

2 Escribe situaciones que representen estos números negativos.

- a) -2 :
- b) -5 :
- c) -10 :

NÚMEROS POSITIVOS

Por otro lado, también observamos, leemos y decimos expresiones del tipo:

- a) La ropa vaquera está en la tercera planta.
- b) La gaviota está volando a cincuenta metros sobre el nivel del mar.
- c) ¡Qué calor! Estamos a treinta grados sobre cero.
- d) Tengo en el banco 160 €.

Desde el punto de vista matemático, y en la práctica, se expresan así:

- a) La ropa vaquera está en la planta $+3$. Se lee «más tres».
- b) La gaviota vuela a $+50$ m. Se lee «más cincuenta».
- c) ¡Qué calor! Estamos a $+30$ °C. Se lee «más treinta».

$+3$, $+50$, $+30$, $+160$ son **números positivos**.

Expresan cantidades, situaciones o medidas, cuyo valor es **mayor que cero**.

Les precede el signo **más** ($+$).

Se asocian a expresiones del tipo: *más que, tengo, ... o añadir*.

5

REPRESENTAR, ORDENAR Y COMPARAR NÚMEROS ENTEROS

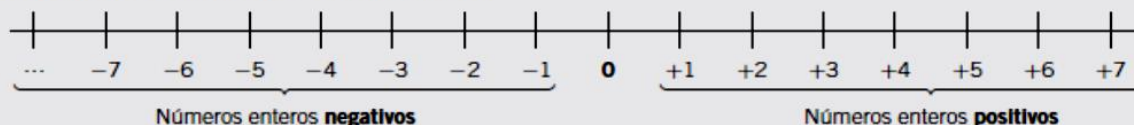
NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

REPRESENTACIÓN DE LOS NÚMEROS ENTEROS. ORDEN EN LA RECTA NUMÉRICA

Ya conocemos la recta en la que se representan los números naturales, incluyendo el cero. Ahora vamos a representar los números enteros.

- 1.º Dibujamos una recta.
- 2.º Señalamos el origen O , que es el valor cero.
- 3.º Dividimos la recta en segmentos iguales (unidades), a la derecha e izquierda del cero.
- 4.º A la **derecha** del origen colocamos los números enteros **positivos**.
- 5.º A la **izquierda** del origen colocamos los números enteros **negativos**.

Observa que los números están ordenados:



- 1** Representa en una recta los siguientes números enteros: $+8, -9, +5, 0, -1, +6, -7, +11, -6$.

- 2** Representa en una recta numérica los números -5 y $+5$.

- a) Señala de rojo los números enteros entre -5 y 0 .
- b) Señala de azul los números enteros entre $+5$ y 0 .
- c) ¿Qué observas?

- 3** Considera los siguientes números: $-7, +8, +3, -10, +6, +4, -2$.

- a) Representalos en la recta numérica.
- b) ¿Cuál está más alejado del origen?
- c) ¿Y cuál está más cercano?
- d) Escribe, para cada uno de ellos, otro número situado a igual distancia del origen que él.

- 4** En una ciudad el termómetro osciló entre las siguientes temperaturas.

Máxima: $+3\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Mínima: $-4\text{ }^{\circ}\text{C}$.

- a) Representa ambos valores en una recta numérica.
- b) Indica si pudieron marcarse estas temperaturas: $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$, $+4\text{ }^{\circ}\text{C}$, $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$, $+1\text{ }^{\circ}\text{C}$, $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, $+2\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- c) Representa las temperaturas en la recta numérica.

6

INTRODUCCIÓN AL ÁLGEBRA

Aunque los alumnos ya han estudiado el lenguaje numérico y algebraico, se presentan por primera vez en esta unidad situaciones en las que se aplican de forma directa este tipo de expresiones. Este hecho va a suponer un esfuerzo significativo en el razonamiento abstracto de los alumnos, por lo que hay que introducir gradualmente el uso de letras por números, aproximándose a estos conceptos con ejemplos sencillos y de la vida cotidiana hasta que se generalice el procedimiento.

Realizar con agilidad las operaciones aritméticas con números naturales y enteros servirá de apoyo para sumar, restar, multiplicar y dividir monomios. Métodos tales como los de ensayo-error y el cálculo mental reforzarán las operaciones con monomios.

La resolución de ecuaciones de primer grado es uno de los objetivos de la unidad. Primero se resolverán ecuaciones sencillas por tanteo y, posteriormente, se utilizarán las reglas básicas para resolver ecuaciones más complejas.

- El *lenguaje numérico* expresa la información matemática solo con números.
- El *lenguaje algebraico* expresa la información matemática mediante números y letras.
- Una *expresión algebraica* es un conjunto de números y letras unidos por los signos de las operaciones aritméticas.
- El *valor numérico de una expresión algebraica* es el número que se obtiene al sustituir las letras por números y operar.
- Los *monomios* son expresiones algebraicas formadas por productos de letras y números. El *grado de un monomio* es la suma de los exponentes de las letras que lo forman.
- Un *polinomio* es la suma algebraica de monomios.
- Una *ecuación* es una igualdad algebraica que solo se verifica para algún valor de las letras.
- Una *ecuación de primer grado con una incógnita* es una ecuación que tiene una sola incógnita y su grado es 1.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Diferenciar entre lenguaje numérico y algebraico.	• Lenguaje numérico y algebraico. Sustitución de letras por números.	• Expresión de situaciones de la vida cotidiana mediante el lenguaje algebraico.
2. Utilizar y comprender las expresiones algebraicas. Obtener el valor numérico de una expresión algebraica.	• Expresiones algebraicas. • Valor numérico de una expresión algebraica.	• Lectura y comprensión de expresiones algebraicas. • Obtención del valor numérico de expresiones algebraicas.
3. Identificar monomios. Distinguir entre monomios y polinomios. Realizar operaciones con monomios.	• Monomios. Nomenclatura. Monomios semejantes. • Polinomios. • Operaciones con monomios: suma, resta, multiplicación y división.	• Identificación y reconocimiento de monomios y polinomios. • Realización de operaciones aritméticas con monomios.
4. Comprender el significado de igualdad, identidad y ecuación.	• Concepto de igualdad, identidad y ecuación. • Términos y nomenclatura.	• Identificación y diferenciación de igualdades, identidades y ecuaciones.
5. Resolver ecuaciones sencillas de primer grado.	• Las ecuaciones y su estructura. Nomenclatura. • Resolución de ecuaciones por tanteo y reglas prácticas.	• Determinación de los miembros, incógnita y solución de una ecuación. • Uso de reglas prácticas para resolver ecuaciones.

6

OBJETIVO 1

30

DIFERENCIAR ENTRE LENGUAJE NUMÉRICO**ALGEBRAICO**

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

- **Potencia** es la forma abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales.

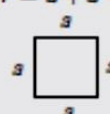
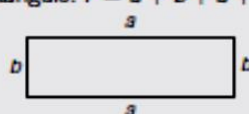
$$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a \text{ (n veces)}$$

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4$$

- **Perímetro** de un polígono es la medida de su contorno, es decir, la suma de sus lados.

$$\text{Rectángulo: } P = a + b + a + b$$

$$\text{Cuadrado: } P = a + a + a + a$$

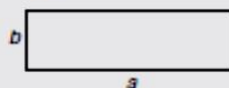


- **Área** de un polígono es la medida de su superficie.

$$\text{Rectángulo: } A = b \cdot a$$

$$\text{Cuadrado: } A = a \cdot a = a^2$$

$$\text{Triángulo: } A = \frac{b \cdot h}{2}$$



El lenguaje que utilizamos habitualmente se llama lenguaje **usual**, y es con el que escribimos y/o hablamos. También usamos el lenguaje **numérico**, en el que empleamos números y signos aritméticos.

EJEMPLOLenguaje usual

La suma de dos más cuatro es seis.

Diez menos tres es siete.

Ocho dividido entre dos es cuatro.

El cuadrado de tres es nueve.

La mitad de doce es seis.

Lenguaje numérico

$$2 + 4 = 6$$

$$10 - 3 = 7$$

$$8 : 2 = 4$$

$$3^2 = 9$$

$$\frac{12}{2} = 6$$

1 Expresa las siguientes frases con lenguaje numérico.

- El triple de dos es seis.
- Veinte dividido entre cinco es cuatro.
- Quince menos ocho es siete.
- El cubo de dos es ocho.
- La cuarta parte de doce es tres.
- La suma de once más nueve es veinte.
- Catorce entre dos es siete.

- Además del lenguaje escrito y el lenguaje numérico, se utilizan **letras**, normalmente minúsculas, para designar a un número cualquiera y para sustituir números.
- El lenguaje que utiliza letras en combinación con números y signos se llama **lenguaje algebraico**. La parte de las Matemáticas que estudia la relación entre números, letras y signos se denomina Álgebra.
- Las letras más usuales son: $x, y, z, a, b, c, m, n, t, r, s$, y representan a cualquier número.

EJEMPLO

<u>Lenguaje usual</u>	31	<u>Lenguaje numérico</u>
La suma de dos números.		$a + b$
Un número aumentado en cuatro unidades.		$x + 4$
El triple de un número.		$3 \cdot m$

2 Completa la siguiente tabla.

LENGUAJE USUAL	LENGUAJE ALGEBRAICO
El doble de un número	
Un número disminuido en 3 unidades	
La mitad de un número	
El cuadrado de un número	
El triple de un número	
Un número aumentado en 5 unidades	

3 Escribe con lenguaje numérico o algebraico, según corresponda.

EXPRESIÓN	LENG. NUMÉRICO	LENG. ALGEBRAICO	SE EXPRESA
La suma de 15 y 20	Sí	No	$15 + 20$
La diferencia entre a y b			
El cuadrado de c			
La diferencia entre 15 y 9			
El doble de 6			
El triple de y			
El doble de x más dos unidades			

4 Escribe las frases en lenguaje numérico o algebraico, según corresponda.

EXPRESIÓN	LENG. NUMÉRICO	LENG. ALGEBRAICO	SE EXPRESA
La diferencia entre a y b es igual a 10	No	Sí	$a - b = 10$
Tres elevado al cuadrado es igual a 9			
La cuarta parte de x es 6			
La suma de diez y nueve es diecinueve			
El triple de diez veces y es igual a doce			
El doble de nueve es 18			
Tu edad hace cuatro años			
Tu edad dentro de cuatro años			

6

OBJETIVO 2

OBTENER EL VALOR NUMÉRICO DE UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Una **expresión algebraica** es el conjunto de números y letras combinados con los signos de las operaciones aritméticas: suma, resta, multiplicación, división y potenciación.

EJEMPLO

- El **área** de un cuadrado se obtiene multiplicando la medida de sus lados:

$$A = l \cdot l = l^2$$

- El **perímetro** de un campo de fútbol es la suma de sus lados (bandas):

$$P = x + y + x + y$$

EJEMPLO

$$a + b$$

$$2 \cdot a$$

$$\frac{x}{3} + 1$$

$$x^2 + 1$$

$$3 \cdot (a + b)$$

$$x + y - 5$$

- 1** Utiliza expresiones algebraicas para expresar las siguientes informaciones.

EXPRESIÓN ESCRITA	EXPRESIÓN ALGEBRAICA
El doble de la suma de dos números	$2 \cdot (x + y)$
El área de un cuadrado de lado 2	
El cuadrado de un número más 4 unidades	
El perímetro de un campo de baloncesto (largo b y ancho a)	
El producto de tres números cualesquiera	
La mitad de un número	
El doble de un número más 3 unidades	

- 2** Inventa frases para estas expresiones algebraicas.

EXPRESIÓN ESCRITA	EXPRESIÓN ALGEBRAICA
	$a + b$
	$\frac{x}{4}$
	$m + 2$
	$3 \cdot (a \cdot b)$
	$\frac{x}{3} + 2$
	$2 \cdot (x - y)$

El **valor numérico** de una expresión algebraica es el número que resulta de **sustituir** las letras por números y realizar las operaciones que se indican.

EJEMPLO

Halla el valor numérico de la expresión $2 \cdot x + 1$, para $x = 1$.

Primero habrá que sustituir la x de la expresión por el valor que se indica: 1.

$$2 \cdot 1 + 1$$

Realizamos la operación y obtenemos el resultado, el valor numérico:

$$2 \cdot 1 + 1 = 2 + 1 = 3$$

3 Halla el valor numérico de la expresión $3 \cdot x - 5$ cuando x toma los valores.

a) $x = 0$

$$3 \cdot 0 - 5 = 0 - 5 = -5$$

c) $x = 1$

e) $x = -1$

b) $x = 2$

d) $x = -2$

f) $x = -3$

4 Calcula el valor de las expresiones para estos valores.

Valor de x	$3 \cdot x - 2$	$x^2 + 1$
$x = 1$	$3 \cdot 1 - 2 =$ $= 3 - 2 = 1$	$1^2 + 1 =$ $= 1 + 1 = 2$
$x = 2$		
$x = -1$		
$x = 0$		
$x = -2$		

Valor de a y b	$5 \cdot a - 2 \cdot b$	$(a + b)^2$
$a = 0$ $b = 1$	$5 \cdot 0 - 2 \cdot 1 =$ $= 0 - 2 = -2$	$(0 + 1)^2 =$ $= 1^2 = 1$
$a = 1$ $b = 2$		
$a = -1$ $b = -2$		
$a = 2$ $b = 3$		
$a = -2$ $b = -3$		

7

SISTEMA METRICO DECIMAL

El conocimiento del sistema de numeración decimal, la potenciación y las operaciones de multiplicación y división por la unidad seguida de ceros, nos introducirán en el estudio de las magnitudes y unidades de medida.

En esta unidad será necesario que los alumnos realicen mediciones y cálculos en el aula, en el laboratorio o en el exterior. El uso de los principales instrumentos de medida ha de ser reforzado por operaciones y comprobaciones aritméticas en el aula. Dibujar un metro cuadrado en el suelo, construir un metro cúbico, realizar con recortables el decímetro cúbico y utilizar medidas de capacidad y volumen son acciones que ayudan a comprender el concepto de medida.

Gradualmente, se puede conseguir la comprensión en las equivalencias de las unidades y su práctica real, sobre todo en el caso de litro/decímetro cúbico/kilogramo. La resolución de problemas sencillos contribuirá a la consecución de los objetivos de la unidad.

- El *Sistema Métrico Decimal* es el sistema de medida universalmente aceptado, cuyas unidades están relacionadas mediante potencias de 10.
- El *metro (m)* es la unidad principal de longitud en el Sistema Métrico Decimal.
- El *kilogramo (kg)* es la unidad principal de masa en el Sistema Métrico Decimal.
- El *litro (l)* es la unidad principal de capacidad en el Sistema Métrico Decimal.
- Para pasar de una unidad a otra inmediatamente inferior o superior se multiplica o se divide por 10, respectivamente.
- Una medida en forma compleja se expresa en una sola unidad, y en forma incompleja, en más de una unidad.
- Para sumar o restar medidas, estas han de estar expresadas en la misma unidad.
- El *metro cuadrado (m^2)* es la unidad principal de superficie, y es la superficie que tiene un cuadrado de 1 metro de lado.
- El *metro cúbico (m^3)* es la unidad principal de volumen, y es el volumen que tiene un cubo de 1 metro de arista.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Conocer las unidades de longitud, masa y capacidad. Realizar cambios de unidades.	• Unidades de longitud, masa y capacidad. • Múltiplos y submúltiplos. • Instrumentos de medida.	• Identificación de magnitudes. • Diferenciación de los múltiplos y submúltiplos de las unidades de longitud, masa y capacidad. Equivalencias. • Resolución de problemas. • Identificación y utilización de los instrumentos de medida.
2. Conocer las unidades de superficie y volumen. Realizar cambios de unidades.	• Unidades de superficie. Conocimiento de las unidades agrarias. • Unidades de volumen. Múltiplos y submúltiplos. • Áreas del cuadrado y el rectángulo. Volumen del cubo.	• Identificación de magnitudes. • Diferenciación de múltiplos y submúltiplos de las unidades de superficie y volumen. • Resolución de problemas. • Identificación y utilización de los instrumentos de medida.
3. Comprender la relación entre las unidades de volumen, capacidad y masa.	• Equivalencias principales entre las unidades de volumen, capacidad y masa.	• Conversión de unidades aplicando las equivalencias. • Resolución de problemas.

7

OBJETIVO 1

CONOCER LAS UNIDADES. REALIZAR CAMBIOS DE UNIDADES

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

- Una magnitud es una cualidad, característica... de un objeto que podemos medir.
Ejemplo: longitud, masa, capacidad, superficie, volumen, velocidad...
- Las magnitudes se expresan en unidades de medida:
Ejemplo: metros, kilómetros, kilogramos, gramos, centilitros, metros cuadrados, metros cúbicos, kilómetros por hora...
- El Sistema Métrico Decimal es un sistema de medida **decimal** porque las unidades se relacionan entre sí mediante **potencias de 10**.

- Para **multiplicar** un número por **10, 100, 1.000...** se desplaza la coma a la derecha tantos lugares como ceros tenga la unidad: 1, 2, 3...
 $3,47 \cdot 100 = 347$ $589 \cdot 1.000 = 589.000$
- Para **dividir** un número entre **10, 100, 1.000...** se desplaza la coma a la izquierda tantos lugares como ceros tenga la unidad: 1, 2, 3...
 $25,87 : 100 = 0,2587$ $29 : 10 = 2,9$

1 Une cada magnitud con su unidad correspondiente.

El agua de un embalse
La capacidad de una lata de refresco
La capacidad de una piscina
La velocidad de un ciclista
El peso de un saco de patatas
La longitud de un bolígrafo
El área de un campo de girasoles
La distancia entre dos pueblos
El peso de un camión
La altura de un rascacielos

36 kilómetros por hora
7.450 metros cuadrados
45 kilogramos
12.000 litros
4.500 kilogramos
350 metros
33 centilitros
15 centímetros
145 hectómetros cúbicos
25 kilómetros

2 Realiza las siguientes operaciones.

- a) $34,56 \cdot 100 =$ d) $0,71 \cdot 1.000 =$ g) $139 \cdot 10 =$
 b) $0,198 \cdot 100 =$ e) $3.528 \cdot 10 =$ h) $7 \cdot 10.000 =$
 c) $18,2 \cdot 1.000 =$ f) $0,1 \cdot 10 =$ i) $84.002 \cdot 100 =$

3 Calcula.

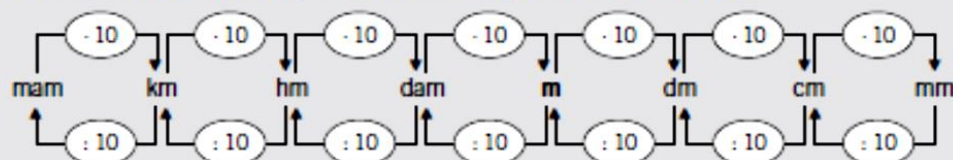
- a) $987 : 1.000 =$ d) $0,37 : 10 =$ g) $23.600 : 100 =$
 b) $15,37 : 100 =$ e) $0,9 : 10 =$ h) $253,6 : 1.000 =$
 c) $46 : 10 =$ f) $61.302 : 10.000 =$ i) $47,05 : 100 =$

UNIDADES DE LONGITUD

- El **metro** es la unidad principal de longitud. Abreviadamente se escribe **m**.
- Los múltiplos (*unidades mayores*) y submúltiplos (*unidades menores*) del metro son:

MÚLTIPLOS DEL METRO				UNIDAD PRINCIPAL	SUBMÚLTIPLOS DEL METRO		
10.000 m miriámetro mam	1.000 m kilómetro km	100 m hectómetro hm	10 m decámetro dam	metro m	0,1 m decímetro dm	0,01 m centímetro cm	0,001 m milímetro mm

- Cada unidad, en la vida real, se emplea para medir:
 - Grandes distancias como carreteras, vías férreas: mam, km, hm.
 - Distancias intermedias como calles, alturas: dam, m.
 - Pequeñas medidas como fotografías, mobiliario: dm, cm.
 - Medidas reducidas como alfileres, insectos: mm.
- Para transformar una unidad de longitud en otra se multiplica o se divide por 10.



4 Asocia una unidad de longitud con cada ejemplo.

- | | | |
|--------------------------------|-------------------------------------|-------------------|
| a) La altura de una casa. | d) La distancia entre dos ciudades. | g) Una ventana. |
| b) La longitud de una hormiga. | e) El tablero de tu pupitre. | h) Un imperdible. |
| c) Tu altura. | f) La anchura de una calle. | i) Tu habitación. |

5 Ordena, de menor a mayor (<), las medidas. Toma como referencia el metro, pasando todas las medidas a esta unidad.

1.500 cm - 3,5 m - 94,7 dm - 0,15 km - 0,03 dam - 6.341 mm - 1,3 m - 2,04 km - 1.000 m

6 Completa la siguiente tabla.

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
2,1						
				13.472		
			34			
	0,33					
		9,35				
					7.749	
						54

7

7 Expresa las siguientes alturas en hectómetros y kilómetros.

NOMBRE	ALTURA (en m)	ALTURA (en hm)	ALTURA (en km)
Everest	8.844		
Mont Blanc	4.810		
Mulhacén	3.482		
Teide	3.718		
Almanzor	2.592		
Aneto	3.404		

8 Expresa la longitud de estos ríos en hectómetros y metros.

NOMBRE	LONGITUD (en km)	LONGITUD (en hm)	LONGITUD (en m)
Tajo	1.120		
Ebro	927		
Duero	913		
Guadiana	743		
Guadalquivir	680		
Júcar	535		
Segura	341		
Miño	340		

9 Completa.

a) 5,5 km = m

c) 6,7 dam = m

e) 785 cm = m

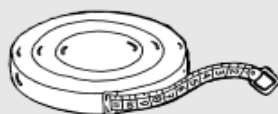
b) 34,5 mm = m

d) 12 km = m

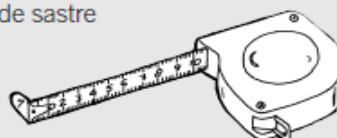
f) 1,60 dm = m

INSTRUMENTOS DE MEDIDA DE LONGITUD

Cinta métrica



Metro de sastre



Flexómetro

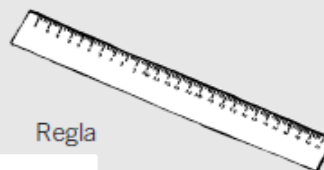
Metro de carpintero



Rueda métrica



Regla



UNIDADES DE MASA

- El **kilogramo** y el **gramo** son las unidades principales de masa. Abreviadamente se escriben **kg** y **g**.
- Los múltiplos (*unidades mayores*) y submúltiplos (*unidades menores*) del gramo son:

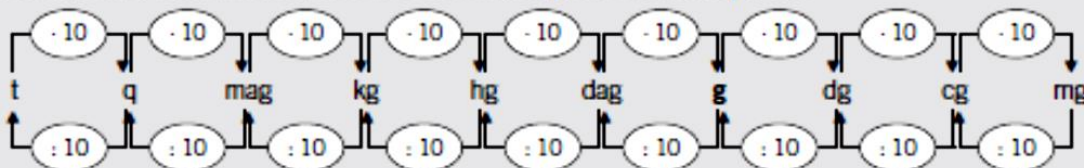
MÚLTIPLOS DEL GRAMO				UNIDAD PRINCIPAL	SUBMÚLTIPLOS DEL GRAMO		
10.000 g miriagramo mag	1.000 g kilogramo kg	100 g hectogramo hg	10 g decagramo dag	gramo g	0,1 g decigramo dg	0,01 g centigramo cg	0,001 g miligramo mg

- Para medir grandes masas se utilizan:

Unidades	Símbolo	Equivalencias (en kg)	Equivalencia (en g)
Tonelada métrica	t	1.000 kg	1.000.000 g
Quintal métrico	q	100 kg	100.000 g

Ejemplos: carga de un avión, envíos de alimentos, masa de un camión, etc.

- Para transformar una unidad de masa en otra se multiplica o se divide por 10.



- 10** Ordena, de mayor a menor (>), las siguientes medidas. Toma como referencia el gramo o el kilogramo y pasa todas las medidas a la unidad que elijas.

27 dag - 27 dg - 56 g - 0,23 hg - 1,02 kg - 8,34 cg - 345 mg - 0,5 t - 1,1 q

- 11** Completa la siguiente tabla.

t	q	kg	g	dg	cg	mg
0,5						
				31.872		
			65			
	0,31					
		9				
					1.749	
						59

- 12** Completa.

a) 2,5 kg = g

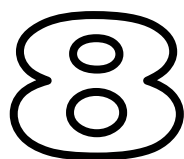
c) 0,7 dag = g

e) 587 cg = g

b) 5.345 mg = kg

d) 1.258 g = kg

f) 6,6 dg = kg



PROPORCIONALIDAD NUMÉRICA

La proporcionalidad numérica es un concepto que resulta a los alumnos complejo y difícil de comprender si no se ha adquirido soltura en aspectos como las operaciones de multiplicación y división de números enteros y por la unidad seguida de ceros, la equivalencia de fracciones, la fracción como expresión decimal y de una cantidad y el porcentaje.

A través de la comprensión de los conceptos de magnitud, proporción, razón y constante de proporcionalidad se aplican las proporciones y sus métodos de resolución de problemas a situaciones de la vida cotidiana.

Las relaciones entre magnitudes inversamente proporcionales plantean un mayor grado de dificultad, y se estudiarán mediante relaciones entre proporciones.

Asimismo, se introducen los conceptos de porcentajes, que posibilitan expresar numéricamente situaciones de la vida real.

También presentamos en esta unidad la resolución de problemas con porcentajes, aumentos y disminuciones porcentuales.

- *Razón* es el cociente entre dos números o cantidades $\frac{a}{b}$. El número *a* se llama *antecedente* y *b* es el *consecuente*.
- *Proporción* es la igualdad entre dos razones.
- En una proporción, el producto de medios es igual al producto de extremos.
- Dos *magnitudes* son *directamente proporcionales* si la razón entre dos cantidades correspondientes de ambas es siempre la misma.
- Dos *magnitudes* son *inversamente proporcionales* cuando al aumentar o disminuir una de ellas, disminuye o aumenta la otra en la misma cantidad.
- Los *porcentajes* son cantidades de una magnitud correspondientes a 100 unidades de la otra magnitud.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Identificar la relación de proporcionalidad entre dos magnitudes.	• Concepto de magnitud. • Proporcionalidad. Constante de proporcionalidad. • Series de razones iguales. Propiedades.	• Identificación de relaciones de proporcionalidad. • Realización de tablas de valores proporcionales.
2. Reconocer magnitudes directamente proporcionales.	• Magnitudes directamente proporcionales.	• Identificación de magnitudes directamente proporcionales.
3. Reconocer magnitudes inversamente proporcionales.	• Magnitudes inversamente proporcionales.	• Identificación de magnitudes inversamente proporcionales.
4. Comprender el concepto de porcentajes, realizar operaciones y resolver problemas de porcentajes.	• Concepto de porcentaje.	• Resolución de problemas mediante el uso del tanto por ciento.

8

OBJETIVO 1

IDENTIFICAR LA RELACIÓN DE PROPORCIONALIDAD ENTRE MAGNITUDES

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

- Para **multiplicar** un número por **10, 100, 1.000...** se desplaza la coma a la derecha tantos lugares como ceros tenga la unidad: 1, 2, 3...

$$3,47 \cdot 100 = 347$$

$$589 \cdot 1.000 = 589.000$$

- Para **dividir** un número entre **10, 100, 1.000...** se desplaza la coma a la izquierda tantos lugares como ceros tenga la unidad: 1, 2, 3...

$$25,87 : 100 = 0,2587$$

$$29 : 10 = 2,9$$

- Al **dividir** el numerador entre el denominador de una fracción se obtiene un número decimal. Es el valor numérico de la fracción.

$$\frac{7}{2} = 7 : 2 = 3,5$$

- Dos fracciones son **equivalentes** si sus productos cruzados son iguales.

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$$

$$\frac{2}{5} \rightarrow \frac{6}{15}$$

$$2 \cdot 15 = 5 \cdot 6; 30 = 30$$

CONCEPTO DE MAGNITUD

- Una **magnitud** es una cualidad o una característica de un objeto que podemos medir.
Ejemplo: longitud, masa, número de alumnos, capacidad, velocidad, etc.
- Las magnitudes se expresan en unidades de medida.
Ejemplo: metros, kilómetros, kilogramos, gramos, número de personas, litros, centilitros, kilómetros por hora, metros por segundo, etc.
- Para cada una de esas medidas existen diferentes cantidades de esa magnitud.
Ejemplo: una regla de 1 metro, una caja de 2 kilogramos, un tonel de 5 litros, 95 km/h, etc.

1 Indica si son magnitudes o no.

- El peso de un saco de patatas.
- El cariño.
- Las dimensiones de tu pupitre.
- La belleza.
- Los litros de agua de una piscina.
- La risa.

2 Indica dos unidades de medida para cada magnitud.

- El precio de una bicicleta.
- La distancia entre dos pueblos.
- El peso de una bolsa de naranjas.
- El contenido de una botella.
- El agua de un embalse.
- La longitud de la banda de un campo de fútbol.

PROPORCIONALIDAD

En un comedor escolar cada alumno se come 2 croquetas. Dos alumnos comen 4 croquetas; 3 alumnos, 6 croquetas; 4 alumnos, 8 croquetas... ¿Cuántas croquetas comen 9 alumnos? ¿Y 12 alumnos? ¿Y 15 alumnos?

NÚMERO DE ALUMNOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
NÚMERO DE CROQUETAS	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30

- Las series de números de ambas magnitudes, número de alumnos y croquetas, son proporcionales entre sí, porque se puede pasar de una serie a otra multiplicando o dividiendo por el mismo número (2).
- Decimos que entre las magnitudes, número de alumnos y número de croquetas que se comen, existe proporcionalidad.
- La relación entre las magnitudes se expresa mediante una tabla llamada **tabla de proporcionalidad**.

- 3** Averigua el número por el que hay que multiplicar y/o dividir para pasar de una serie a otra, y que sean proporcionales.

a)

1	2	3	4	5		6
	10	15			30	

c)

3	4	5	6	7	8	9
						18

b)

1	2				6	7
3	6	9		15		

d)

1	10	100		10.000
10	100		10.000	

- 4** En un mercado 1 kilogramo de manzanas cuesta 1,50 €. Elabora una tabla de proporcionalidad con las magnitudes: masa de manzanas (de 1 a 10 kg) y el precio correspondiente.

PESO (kg)	1									
PRECIO (€/kg)	1,50									

RAZÓN ENTRE DOS NÚMEROS O CANTIDADES

- Una **razón** es el cociente entre dos números cualesquiera o cantidades que se pueden comparar.
- Si a y b son dos números, la razón entre ellos es $\frac{a}{b}$.
- No hay que confundir razón con fracción:
 - En una razón, los números a y b pueden ser números naturales y/o decimales.
Por tanto, $\frac{2,5}{5}$, $\frac{4}{3,5}$, $\frac{10}{25}$ son razones.
 - En una fracción, los números a y b son números naturales. $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{10}{25}$ son fracciones.



OBJETIVO 2

RECONOCER MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

En un establo con 6 kg de pienso se alimentan 10 vacas; con 12 kg, 20 vacas; con 18 kg, 30 vacas; con 24 kg, 40 vacas; con 30 kg, 50 vacas...

Formamos la tabla de valores de ambas magnitudes:

PIENSO (kg)	6	12	18	24	30
NÚMERO DE VACAS	10	20	30	40	50

Observamos que:

1.º Al aumentar los kilos de pienso (doble, triple...), aumenta el número de vacas en la misma proporción (doble, triple...).

Al disminuir una magnitud (mitad, tercio...), la otra disminuye de la misma manera (mitad, tercio...).

2.º La razón entre dos valores cualesquiera de kilos de pienso y número de vacas

$$\text{forma una proporción: } \frac{6}{10} = \frac{12}{20} \quad \frac{18}{30} = \frac{24}{40} \quad \frac{6}{10} = \frac{30}{50}$$

3.º La constante de proporcionalidad de dos o más valores de kilos de pienso y número de vacas es la misma:

$$\frac{6}{10} = \frac{12}{20} = \frac{18}{30} = \frac{24}{40} = \frac{30}{50} = 0,6$$

Por tanto, las magnitudes, pienso y número de vacas, son **directamente proporcionales**.

1 Indica si las siguientes magnitudes son directamente proporcionales.

- El peso de naranjas (en kilogramos) y su precio.
- La velocidad de un coche y el tiempo que emplea en recorrer una distancia.
- El número de operarios de una obra y el tiempo que tardan en terminarla.
- El número de hojas de un libro y su peso.
- El precio de una tela y los metros que se van a comprar.
- La edad de un alumno y su altura.

2 En un supermercado encontramos la siguiente información.

«1 botella de refresco de cola cuesta 3,50 €; 2 botellas, 6 €; 4 botellas, 11 €; 6 botellas, 16 €».

Indica si las magnitudes, número de botellas de refresco y precio que se paga por ellas, son directamente proporcionales. Razona tu respuesta.

3 Completa las tablas para que los valores sean directamente proporcionales. Compruébalo aplicando las propiedades anteriores.

a)

3	6	12	24	48
4				

b)

4	8	12	16	4.820
1				

EJEMPLO

Si 3 rotuladores cuestan 6 €, ¿cuánto costarán 7 rotuladores?

- Intervienen dos magnitudes, número de rotuladores y precio, que son directamente proporcionales: cuantos más rotuladores compremos, más dinero costarán.
- Conocemos tres cantidades de estas magnitudes:
2 cantidades de rotuladores: 3 y 7.
1 cantidad de precio: 6 €, que corresponde a 3 rotuladores.
- Desconocemos una cuarta cantidad, lo que cuestan 7 rotuladores.

Se resuelve de la siguiente manera.

Si 3 rotuladores cuestan 6
7 rotuladores costarán x

Son magnitudes directamente proporcionales:

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{x} \quad 3 \cdot x = 7 \cdot 6 \quad 3x = 42 \quad \frac{3x}{3} = \frac{42}{3} \quad x = 14$$

7 rotuladores costarán 14 €.

- 4 Dos kilos de naranjas cuestan 1,50 €. ¿Cuánto costarán 5 kg? ¿Y 12 kg?
- 5 En una obra, dos obreros realizan una zanja de 5 m. Si mantienen el mismo ritmo de trabajo, ¿cuántos metros de zanja abrirán si se incorporan 3 obreros más?
- 6 El precio de 12 fotocopias es de 0,50 €. ¿Cuánto costará hacer 30 fotocopias?
- 7 Un ciclista recorre 75 kilómetros en 2 horas. Si mantiene siempre la misma velocidad, ¿cuántos kilómetros recorrerá en 5 horas?



ÁNGULOS Y RECTAS

A nuestro alrededor encontramos rectas y ángulos que influyen en nuestros movimientos: calles, avenidas, planos, etc.

El conocimiento de los instrumentos de trazado y medida lineal, la abertura y tipos de ángulos que existen, permiten a los alumnos trasladar dichos conceptos y sus aplicaciones al ámbito profesional y personal.

Es fundamental que los alumnos aprendan a manejar con soltura los diferentes instrumentos de medida y ejerciten su empleo hasta que dominen las construcciones gráficas.

El conocimiento y la aplicación de la medida del tiempo en situaciones cotidianas, y las equivalencias entre sus unidades, conlleva la valoración del tiempo en la vida diaria.

En la unidad los alumnos aprenderán a estimar los diferentes tiempos respecto a su cantidad y duración, y aplicar la suma y resta de tiempos para resolver distintos problemas y situaciones cotidianas.

- Una *recta* está definida por dos puntos.
- Una *semirrecta* es una recta limitada por un punto, llamado origen.
- Un *segmento* es la porción de recta limitada por dos puntos, denominados extremos.
- Dos rectas son *secantes* si tienen un punto en común. Dos rectas son *paralelas* si no tienen ningún punto en común.
- Un *ángulo* es la parte del plano limitada por dos semirrectas con el mismo origen. Para medir ángulos se utiliza el transportador de ángulos.
- La *escuadra*, el *cartabón* y el *compás* son instrumentos de medida que nos permiten hallar la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo.
- La *mediatriz* es la recta perpendicular que divide un segmento en dos partes iguales.
- La *bisectriz* de un ángulo es la recta que pasa por el vértice y lo divide en dos partes iguales.
- Para medir el tiempo y los ángulos se utiliza el *sistema sexagesimal*. Las unidades de tiempo son *hora*, *minuto* y *segundo*. Las unidades angulares son *grado*, *minuto* y *segundo*.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Comprender los conceptos de recta, semirrecta y segmento. Diferenciar los tipos de rectas.	• Recta, semirrecta y segmento. • Rectas paralelas, perpendiculares y secantes.	• Trazado de rectas, semirrectas y segmentos. • Identificación de rectas paralelas, perpendiculares y secantes.
2. Comprender el concepto de ángulo. Distinguir los tipos de ángulos.	• Concepto de ángulo y características. • Transportador. • Tipos de ángulos según la abertura y la posición.	• Identificación y comparación de ángulos. • Uso del transportador.
3. Conocer y utilizar instrumentos de medida para dibujar y hallar gráficamente conceptos lineales.	• Uso y características de la regla, el compás, la escuadra y el cartabón. • Trazado de rectas paralelas y perpendiculares. • Mediatriz y bisectriz.	• Utilización de los instrumentos de medida. • Trazado y construcción de la mediatriz y la bisectriz.
4. Expresar la medida del tiempo mediante sus unidades.	• Unidades de medida del tiempo: horas, minutos y segundos. • Equivalencias. Suma y resta de medidas de tiempos.	• Identificación y aplicación de las equivalencias entre las unidades de tiempo. • Realización de sumas y restas con unidades de tiempo.

9

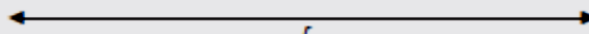
OBJETIVO 1

SEMIRECTA Y SEGMENTO. DIFERENCIAR LOS TIPOS DE RECTAS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

RECTA

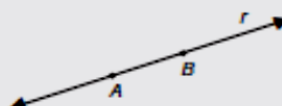
- Una **recta** es una línea continua formada por infinitos puntos que no tiene principio ni fin.
- Para denominar una recta se suelen utilizar letras minúsculas.



- Por un punto A pasan infinitas rectas.



- Dos puntos delimitan una recta.



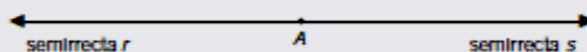
- Para representar rectas utilizamos una regla graduada en milímetros y centímetros.

1 Dibuja un punto P y traza cuatro rectas que pasen por él.

2 Señala dos puntos cualesquiera, M y N , y traza una recta t que pase por ellos.

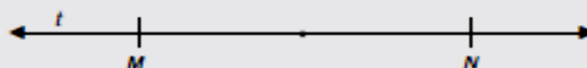
SEMIRECTA Y SEGMENTO

- Una **semirrecta** es una recta que tiene principio (origen) pero no fin.
- Un punto cualquiera de una recta delimita dos semirrectas.



El punto A es el origen de las semirrectas r y s .

- Un **segmento** es la porción o parte de una recta delimitada por dos puntos.



M y N delimitan el segmento MN de la recta t .

3 Señala un punto cualquiera P y dibuja dos semirrectas, a y b , que pasen por P .

4 Dibuja los siguientes segmentos.

a) $AB = 3 \text{ cm}$

b) $MN = 7 \text{ cm}$

c) $FG = 10 \text{ cm}$

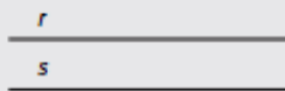
5 Define estas figuras: recta, semirrecta o segmento.



TIPOS DE RECTAS

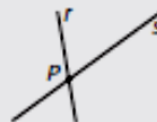
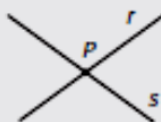
- Rectas paralelas**

Son rectas que nunca se cortan, no tienen ningún punto en común.



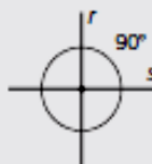
- Rectas secantes**

Son rectas que se cortan en un punto.



- Rectas perpendiculares**

Son rectas que se cortan en un punto, formando 4 ángulos rectos (90°).



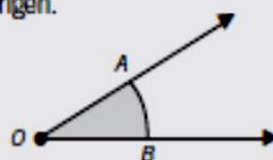
OBJETIVO 2

COMPRENDER EL CONCEPTO DE ÁNGULO. DISTINGUIR LOS TIPOS DE ÁNGULOS 9

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

ÁNGULO

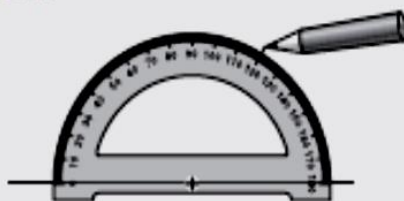
- Un **ángulo** es la región que forman dos semirrectas que tienen el mismo origen.
- En un ángulo distinguimos:
 - **Vértice O** : origen de las semirrectas.
 - **Lados A y B** : bordes del ángulo, semirrectas.
 - **Amplitud**: abertura del ángulo.

**TRANSPORTADOR DE ÁNGULOS**

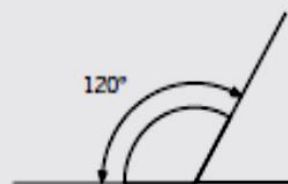
- Para **medir ángulos** utilizamos el transportador de ángulos.
- Es un instrumento de plástico transparente de forma semicircular, dividido en 180 partes iguales.
- Cada parte corresponde a una **unidad** de medida de ángulos: el **grado** (1°).
- Para medir ángulos seguimos estos pasos.



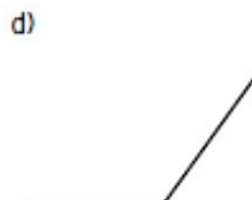
1.º Se coloca el transportador de forma que su centro coincida con el vértice del ángulo; y el eje, con un lado del ángulo previamente trazado.

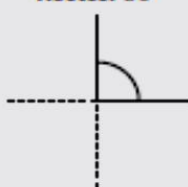
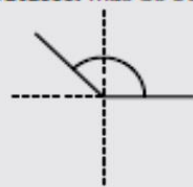
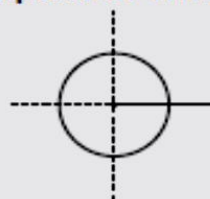


2.º A continuación se busca en el transportador el valor del ángulo en cuestión y se marca un trazo en el papel cerca del transportador.

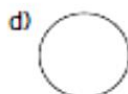
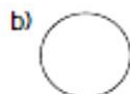


3.º Finalmente se quita el transportador y se une el vértice del ángulo con la marca efectuada.

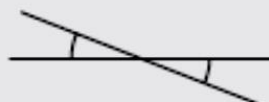
1 Mide con tu transportador los siguientes ángulos.**2 Con la ayuda del transportador, dibuja estos ángulos.**a) 60° b) 45° c) 150° d) 90° e) 180°

TIPOS DE ÁNGULOS SEGUN SU ABERTURA**Rectos:** 90° **Agudos:** menos de 90° **Obtusos:** más de 90° **Llanos:** 180° (2 rectos)**Completo:** 360° (4 rectos)**3** Indica, según su abertura, el tipo de ángulos del ejercicio 1.**4** Dibuja e indica en estas esferas de reloj el tipo de ángulo que forman las agujas al marcar las horas.

- a) Las tres en punto.
- b) Las seis menos cuarto.
- c) Las seis en punto.
- d) Las siete en punto.
- e) Las cinco y cuarto.
- f) La esfera sin agujas.

**TIPOS DE ÁNGULOS SEGUN SU POSICIÓN****Complementarios:** suman 90° .

$$90^\circ - 64^\circ = 26^\circ$$

Consecutivos: vértice y lado en común.**Suplementarios:** suman 180° .**Opuestos por el vértice:** vértice común.

10

POLÍGONOS Y CIRCUNFERENCIA

Nos introducimos en el estudio de los polígonos, recordando contenidos trabajados por los alumnos en Primaria, y partiendo del estudio del polígono y los elementos que lo caracterizan.

El estudio del triángulo es básico para la comprensión de relaciones entre figuras geométricas.

Respecto al teorema de Pitágoras, lo más importante es su comprensión y desarrollo aritmético.

A continuación, se introducen los cuadriláteros, incidiendo en la clasificación según la posición de los lados.

Conviene tener en cuenta también que los alumnos conocen ya el concepto de polígono regular.

La circunferencia y el círculo son figuras que han sido estudiadas en los últimos cursos de Primaria, y conocidas por los alumnos.

- Un *polígono* es la parte del plano limitada por una línea poligonal cerrada.
- Según sus lados, los triángulos se clasifican en: *equiláteros*, *isósceles* y *escalenos*. Según sus ángulos, los triángulos se clasifican en: *rectángulos*, *obtusángulos* y *acutángulos*.
- La *mediana* es la recta que une cada vértice con el punto medio del lado opuesto. Se cortan en el *baricentro*.
- La *altura* es la recta perpendicular a cada lado que pasa por el vértice opuesto. Se cortan en el *ortocentro*.
- El *cuadrilátero* es un polígono de cuatro lados.
- La *circunferencia* es una línea curva cerrada y plana cuyos puntos están todos a igual distancia del centro.
- El *círculo* es la figura plana formada por la circunferencia y su interior.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Comprender el concepto de polígono. Reconocer y clasificar los tipos de polígonos.	• El polígono y sus elementos. • Clasificación de polígonos según sus lados y ángulos.	• Identificación de polígonos según sus elementos. • Reconocimiento de polígonos por sus lados y ángulos.
2. Clasificar triángulos según sus lados y sus ángulos. Reconocer y dibujar las principales rectas y puntos de un triángulo.	• Triángulo. Tipos de triángulos. • Rectas y puntos de un triángulo.	• Identificación de triángulos según sus lados y ángulos y de las relaciones entre ellos. • Determinación de rectas y puntos de un triángulo.
3. Comprender el teorema de Pitágoras.	• Triángulo rectángulo: nomenclatura. • Enunciado del teorema de Pitágoras.	• Reconocimiento de los lados de un triángulo rectángulo. • Aplicación del teorema de Pitágoras.
4. Comprender el concepto de cuadrilátero. Reconocer y clasificar los tipos de cuadriláteros.	• Concepto de cuadrilátero. • Tipos de cuadriláteros.	• Clasificación de los cuadriláteros. • Identificación de cuadriláteros por sus elementos y características.
5. Distinguir entre circunferencia y círculo.	• Circunferencia y círculo. • Posiciones de dos circunferencias.	• Reconocimiento de la circunferencia y el círculo. • Identificación de las posiciones relativas de rectas y circunferencias.
6. Comprender el concepto de polígono regular. Clasificar los polígonos regulares y sus características.	• Polígono regular, rectas y puntos principales. • Suma de los ángulos y ángulo central de un polígono regular.	• Identificación y reconocimiento de los polígonos regulares.

10

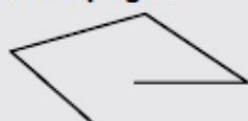
OBJETIVO 1
CONCEPTO DE POLÍGONO. RECONOCER Y CLASIFICAR POLÍGONOS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

POLÍGONOS

- Varios segmentos unidos entre sí forman una **línea poligonal**.
- Una línea poligonal cerrada es un **polígono**.

Línea poligonal



Polígono



ELEMENTOS DE UN POLÍGONO

Los **ángulos** son las regiones que forman los lados al cortarse. Se escriben así: $\hat{E}$.

Los **lados** son los segmentos que limitan el polígono. La suma de las longitudes de los lados se llama **perímetro**.

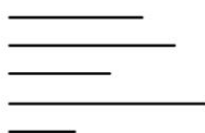


Los **vértices** son los puntos donde se cortan los lados. Se nombran con una letra mayúscula.

Las **diagonales** son los segmentos que unen dos vértices no consecutivos.

- Un polígono se nombra asignando letras a los vértices. Por ejemplo, polígono *ABCDE*.

1 Con estos segmentos, dibuja una línea poligonal y un polígono.

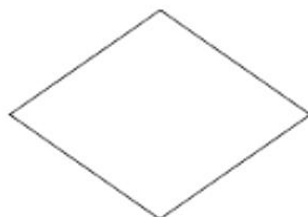


a) Línea poligonal.

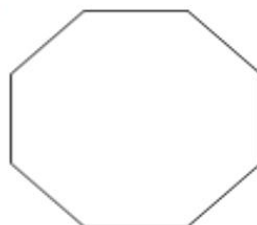
b) Polígono.

2 Señala cuáles de las figuras son polígonos.

a)



c)



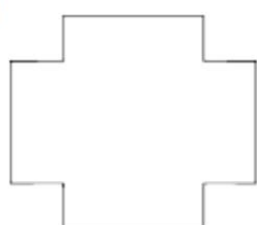
e)



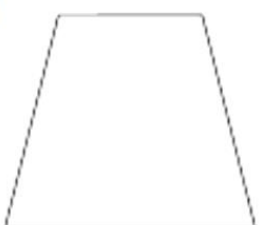
b)



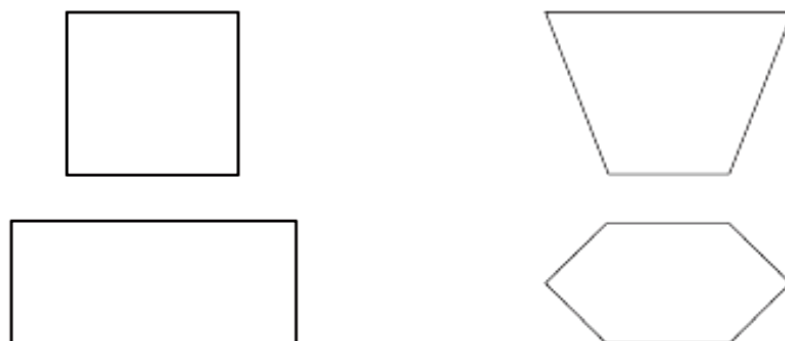
d)



f)



- 3 En los siguientes polígonos, dibuja estos elementos: vértices, diagonales, lados y ángulos. Nómbralos con sus letras correspondientes.



CLASIFICACIÓN DE POLÍGONOS

Los polígonos se clasifican por su número de **lados**, siendo los principales:



- 4 Dibuja los siguientes polígonos.

TRIÁNGULO	CUADRILÁTERO	PENTÁGONO	HEXÁGONO
HEPTÁGONO	OCTÓGONO	ENEÁGONO	DECÁGONO

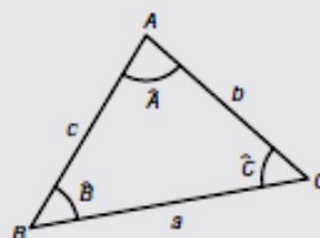
OBJETIVO 2

CLASIFICAR TRIÁNGULOS. RECONOCER SUS PRINCIPALES RECTAS Y PUNTOS **10**

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

TRIÁNGULO

- Un **triángulo** es una figura plana limitada por tres segmentos.
 - Tiene 3 vértices, A , B , C : puntos de unión de los lados.
 - Tiene 3 lados, a , b , c : segmentos que lo limitan.
 - Tiene 3 ángulos, $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$.

**1** Nombra los principales elementos de los triángulos.

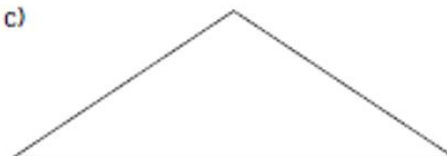
a)



b)



c)

**CLASIFICACIÓN DE TRIÁNGULOS**

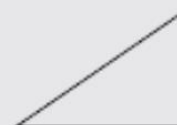
- Según sus lados:
 - **Equilátero**: tres lados iguales.
 - **Isósceles**: dos lados iguales.
 - **Escaleno**: tres lados distintos.



Equilátero



Isósceles



Escaleno

- Según sus ángulos:
 - **Acutángulo**: tres ángulos agudos ($< 90^\circ$).
 - **Rectángulo**: un ángulo recto (90°).
 - **Obtusángulo**: un ángulo obtuso ($> 90^\circ$).



Acutángulo

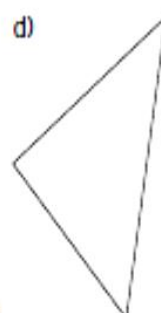
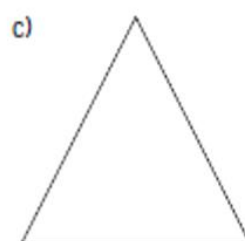
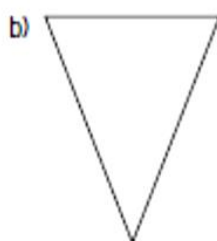
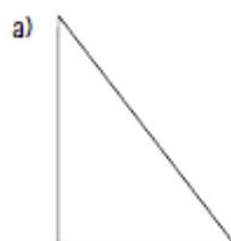


Rectángulo



Obtusángulo

2 Mide con tu regla los lados de cada triángulo y clasifícalos.



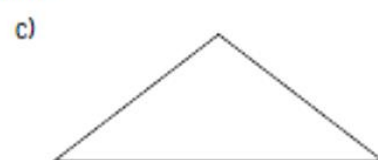
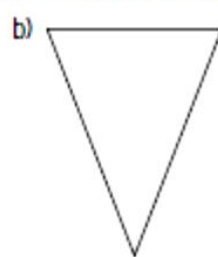
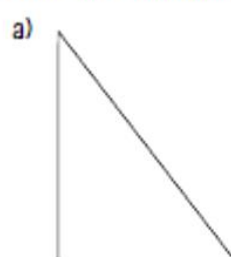
a) Triángulo:

c) Triángulo:

b) Triángulo:

d) Triángulo:

3 Utilizando el transportador, clasifica estos triángulos según sus ángulos.



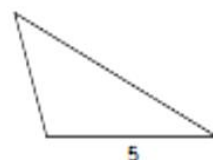
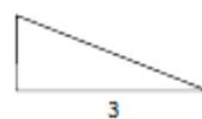
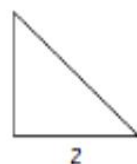
a) Triángulo:

c) Triángulo:

b) Triángulo:

d) Triángulo:

4 Clasifica los triángulos según sus lados y ángulos.



	EQUILÁTERO	ISÓSCELES	ESCALENO	ACUTÁNGULO	RECTÁNGULO	OBTUSÁNGULO
Triángulo 1						
Triángulo 2						
Triángulo 3						
Triángulo 4						
Triángulo 5						
Triángulo 6						

11

PERÍMETROS Y ÁREAS DE FIGURAS PLANAS

En esta unidad repasamos las unidades de longitud y superficie. Se introducen también algunas unidades de medida del sistema métrico inglés, como son la milla, la yarda y la pulgada. Se hará hincapié en aquellas unidades que más se emplean habitualmente para medir longitudes y superficies de figuras geométricas, que ya son conocidas por los alumnos.

Aprender a calcular el perímetro y el área de los principales polígonos es uno de los objetivos más importantes de esta unidad, pues ambos conceptos tienen una amplia aplicación en la vida real.

Se debe incidir en el cálculo del área del rectángulo, el cuadrado y el triángulo, practicando sus expresiones matemáticas con los diferentes ejercicios propuestos y utilizando también la representación gráfica.

Es fundamental la comprensión de la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro, el número π . Para ello se propone la realización de diversos ejercicios basados en situaciones de la vida real donde intervienen figuras planas con forma de circunferencia, con el fin de que los alumnos asimilen estos conceptos.

- El *metro* es la unidad principal de *longitud* (m). Para transformar una unidad de longitud en otra se multiplica o se divide por 10.
- Para expresar medidas y longitudes de figuras geométricas se utilizan usualmente el *decímetro* (dm) y el *centímetro* (cm).
- El *metro cuadrado* es la unidad principal de superficie (m^2). Para transformar una unidad de superficie en otra se multiplica o se divide por 100.
- Para expresar superficies de figuras geométricas se utiliza principalmente el *decímetro cuadrado* (dm^2) y el *centímetro cuadrado* (cm^2).
- El *perímetro* de un polígono se calcula sumando las longitudes de sus lados.
- La *longitud* o *perímetro* de la circunferencia es igual al diámetro multiplicado por el número π .
- El *área* de un polígono es la medida de su superficie.

Rectángulo	$A = b \cdot a$
Cuadrado	$A = l \cdot l$
Rombo	$A = \frac{D \cdot d}{2}$
Romboide	$A = b \cdot a$
Triángulo	$A = \frac{b \cdot a}{2}$
Polígono regular	$A = \frac{P \cdot a}{2}$

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Reconocer las diferentes unidades de longitud y superficie. Realizar cambios de unidades.	• Unidades de longitud y superficie.	• Medición de longitudes de objetos y superficies con cuadrículas. • Realización de cambios en las unidades de longitud y superficie.
2. Calcular perímetros de polígonos. Hallar la longitud de la circunferencia.	• Perímetro de un polígono. • Relación entre la longitud y el diámetro de una circunferencia. • El número π.	• Cálculo del perímetro de los principales polígonos. • Realización de ejercicios prácticos. • Relación entre la longitud de la circunferencia con su diámetro.
3. Calcular el área de los principales polígonos.	• Superficie de un polígono: concepto de área. • Áreas de los principales polígonos.	• Cálculo del área de los principales paralelogramos, el triángulo y los polígonos regulares. • Aplicación de la fórmula del área de las figuras.

11

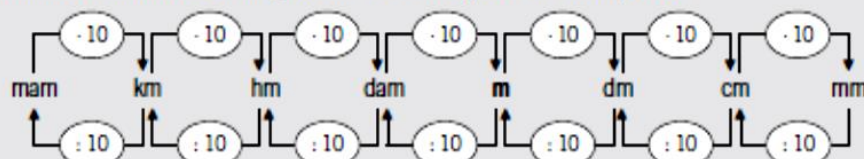
OBJETIVO 1

UNIDADES DE LONGITUD Y SUPERFICIE. REALIZAR CAMBIOS DE UNIDADES

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

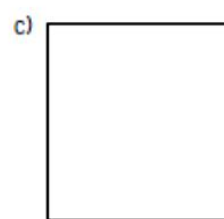
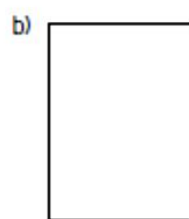
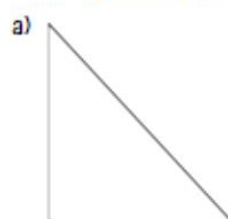
UNIDADES DE LONGITUD

- El **metro** es la unidad principal de longitud. Abreviadamente se escribe **m**.
- Los múltiplos (unidades mayores) del metro son el decámetro, el hectómetro y el kilómetro.
- Los submúltiplos (unidades menores) del metro son el decímetro, el centímetro y el milímetro.
- Para transformar una unidad de longitud en otra se multiplica o se divide por 10.

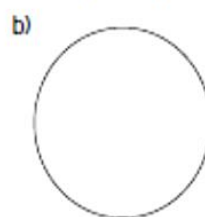
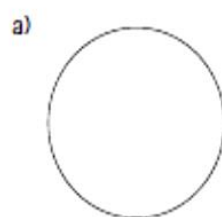


- Para expresar medidas y longitudes de figuras geométricas vamos a utilizar principalmente el decímetro (dm), el centímetro (cm) y, en ocasiones, el metro (m).

- 1** Observa en tu aula qué elementos tiene la silueta de estos polígonos. Mídelos y anota el resultado.



- 2** Realiza la misma operación pero con elementos que tengan forma de circunferencia. Mide con una cinta métrica el contorno de la figura. Expresa el resultado en m y en cm.



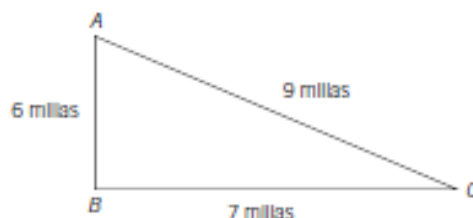
- 3** Con tres segmentos de medidas: 30 mm, 0,5 dm y 7 cm, forma estas figuras.

- Un cuadrado de 3 cm de lado.
- Un triángulo equilátero de 5 cm de lado.
- Un rectángulo de 7×3 cm.

OTRAS UNIDADES DE LONGITUD

- Existen otras **unidades de longitud**, como, por ejemplo: la milla, la yarda y la pulgada (medidas Inglesas).
 $1 \text{ milla} = 1.610,4 \text{ m}$
 $1 \text{ yarda} = 0,914 \text{ m}$
 $1 \text{ pulgada} = 2,54 \text{ cm}$
- La **pulgada** es una unidad que utilizamos con frecuencia; así, cuando decimos que hemos comprado un televisor de 25 pulgadas nos estamos refiriendo a la medida de la diagonal de la pantalla.
 $25 \text{ pulgadas} = 25 \cdot 2,54 \text{ cm} = 63,5 \text{ cm}$ mide la diagonal.

- 4 La distancia entre tres puntos viene expresada en millas. Exprésala en metros, kilómetros y yardas.



$AB = 6 \text{ millas} = \dots\dots\dots \text{ metros} = \dots\dots\dots \text{ kilómetros} = \dots\dots\dots \text{ yardas}$
 $BC = 7 \text{ millas} = \dots\dots\dots \text{ metros} = \dots\dots\dots \text{ kilómetros} = \dots\dots\dots \text{ yardas}$
 $AC = 9 \text{ millas} = \dots\dots\dots \text{ metros} = \dots\dots\dots \text{ kilómetros} = \dots\dots\dots \text{ yardas}$

- 5 Expresa en cm y en mm las medidas del tablero de tu pupitre. ¿Qué tipo de polígono es? Calcula la medida de su diagonal. Exprésala en cm y en pulgadas. Después, dibuja una figura representativa.

- 6 En un establecimiento venden televisores de 14, 21, 25 y 28 pulgadas. Expresa en centímetros estas medidas.

$14 \text{ pulgadas} = \dots\dots\dots \text{ cm de } \dots\dots\dots$
 $21 \text{ pulgadas} = \dots\dots\dots \text{ cm } \dots\dots\dots$
 $25 \text{ pulgadas} = \dots\dots\dots \text{ cm } \dots\dots\dots$
 $28 \text{ pulgadas} = \dots\dots\dots \text{ cm } \dots\dots\dots$

MEDIDAS DE SUPERFICIE**Figura A**

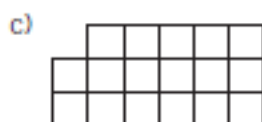
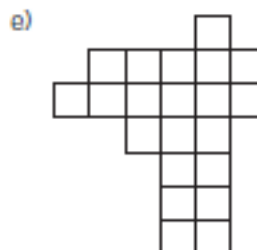
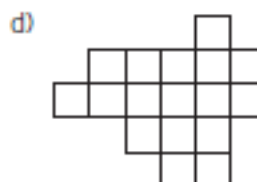
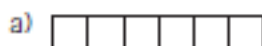
Coloreamos 6 cuadrículas, que se consideran 6 unidades cuadradas. Es la superficie de la figura.

**Figura B**

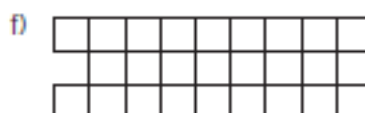
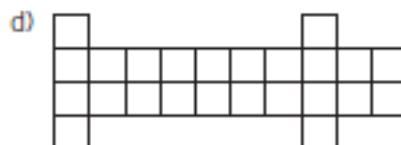
Coloreamos 10 cuadrículas, que se consideran 10 unidades cuadradas. Es la superficie de la figura.



7 Tomando como unidad de medida una unidad cuadrada, calcula la superficie de las figuras.



8 Colorea las siguientes figuras para obtener 20 unidades cuadradas de superficie.

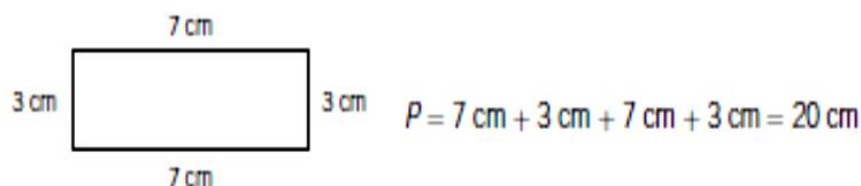


PERÍMETRO DE UN POLÍGONO

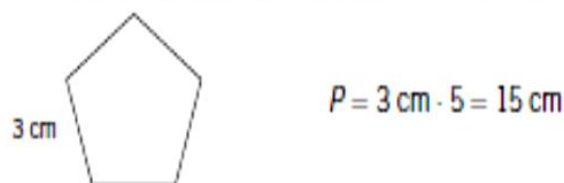
- El **perímetro** de un polígono es la medida de su contorno.
- Para calcular el perímetro se suman todos sus lados.
- El perímetro es una medida de longitud.

EJEMPLO

Halla el perímetro de un rectángulo de lados 7 cm y 3 cm.



Calcula el perímetro de un pentágono regular de 3 cm de lado.



- 1 Calcula el perímetro del tablero de tu pupitre. Realiza un dibujo significativo y utiliza el instrumento y la unidad de medida adecuados.

- 2 Halla el perímetro de las siguientes figuras y realiza un dibujo.

- a) Un triángulo equilátero de 5 cm de lado.
- b) Un cuadrado de 5 cm de lado.
- c) Un rectángulo de 10 cm y 4 cm de lado.
- d) Un pentágono de 4,5 cm de lado.

- 3** Determina el perímetro de las figuras y haz un dibujo.
- a) Un romboide de lados 5 cm y 2,5 cm.
 - b) Un hexágono regular de 6 cm de lado.
 - c) Un decágono regular de 3 cm de lado.
 - d) Un trapecio de lados 7 cm, 6 cm, 5 cm y 4 cm.
- 4** La banda y el fondo de un campo de fútbol miden 100 y 70 m, respectivamente. Si se quiere pintar su longitud, ¿cuántos metros de línea blanca se pintarán? Realiza un dibujo.
- 5** Un pastor quiere construir un cercado para sus ovejas con forma de hexágono regular. Si emplea 7,2 dam de valla, ¿cuántos metros medirá cada lado del cercado? Haz un dibujo.
- 6** El perímetro de un polígono regular es 77 cm. Si cada lado mide 11 cm, ¿qué tipo de polígono es? Realiza un dibujo.

RELACIÓN ENTRE LA CIRCUNFERENCIA Y SU DIÁMETRO

Considera que medimos en clase los siguientes objetos.

	CONTORNO (Longitud de la circunferencia)	DIÁMETRO	COCIENTE DEL CONTORNO Y EL DIÁMETRO
Reloj	78,5 cm	25 cm	3,14
Papelera	157 cm	50 cm	3,14
Portalápices	23,55 cm	7,5 cm	3,14

Observamos que:

- Al dividir la longitud de la circunferencia entre el diámetro se obtiene siempre el mismo número: 3,14.

$$78,5 : 25 = 3,14$$

$$157 : 50 = 3,14$$

$$23,55 : 7,5 = 3,14$$

- 3,14 es el número π y se lee pi.

$$\frac{\text{longitud de la circunferencia}}{\text{diámetro}} = \pi$$

$$\frac{L}{d} = \pi$$

7 Completa la siguiente tabla.

	LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA	DIÁMETRO	LONGITUD ENTRE DIÁMETRO
Sartén	55 cm	17,5 cm	
Aro de gimnasia	226 cm	72 cm	
Rueda	168,5 cm	53,5 cm	
Rotonda	204 m	65 m	

8 Localiza objetos circulares en tu aula. Mide el borde de la circunferencia y completa esta tabla.

	LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA	DIÁMETRO	LONGITUD ENTRE DIÁMETRO

LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA

En los ejemplos anteriores también se observa que:

- La longitud del contorno de la circunferencia es algo mayor que el triple del diámetro: 3,14 veces.

$$78,5 = 3,14 \cdot 25$$

$$157 = 3,14 \cdot 50$$

$$23,55 = 3,14 \cdot 7,5$$

- De $\frac{L}{d} = \pi$, se tiene que $L = d \cdot \pi$.

- El diámetro de una circunferencia es la suma de dos radios: $d = 2r$.

- Por tanto, la longitud de la circunferencia es: $L = d \cdot \pi \rightarrow L = 2 \cdot r \cdot \pi$.



- 9 Completa la siguiente tabla.

LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA	DIÁMETRO
	15 cm
	35 cm
	0,25 cm
	7 m

$$L = d \cdot \pi$$

- 10 Completa la siguiente tabla.

LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA	RADIO
	5 cm
	50 cm
	0,15 cm
	4 m

$$L = 2 \cdot r \cdot \pi$$

- 11 ¿Cuál es la longitud de una circunferencia de diámetro 5 cm?
Realiza un dibujo representativo.

- 12 La rueda de la bicicleta de Luis tiene un diámetro de 44 cm.

- ¿Qué distancia recorre la bicicleta cada vez que la rueda da una vuelta?
- ¿Y si da tres vueltas?
- Determina cuántas vueltas dará la bicicleta en 10 metros.

- 13 Calcula el radio de una circunferencia de longitud 80 cm. Recuerda que $L = 2 \cdot r \cdot \pi$.

12

CUERPOS GEOMÉTRICOS

Esta unidad completa la serie dedicada a la Geometría y afianza su comprensión mediante la descripción y desarrollo de las principales figuras geométricas en el espacio.

Asimismo, presenta la ventaja de que los alumnos deben construir los poliedros mediante el material didáctico complementario que el profesor les puede facilitar, como son las figuras polydron, dados polédricos, montaje de poliedros y kugeli. Se debe hacer hincapié en los poliedros regulares, de forma que los alumnos se familiaricen con estos cuerpos geométricos y aprendan a distinguir sus elementos característicos.

El desarrollo de prismas, pirámides, cilindros y conos se fundamenta en su visualización mediante los cuerpos geométricos transparentes, en los que se observan sus elementos, y la construcción de su desarrollo.

Por último, se estudia la esfera como cuerpo de revolución que se obtiene al girar un semicírculo alrededor de su diámetro.

62 *poliedros* son cuerpos geométricos limitados caras en forma de polígonos.

poliedro regular es aquel cuyas caras son polígonos regulares de igual forma y tamaño.

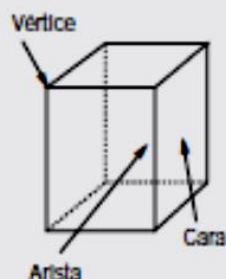
- En la mayoría de los poliedros se verifica la *fórmula de Euler*.

$$C + V = A + 2$$

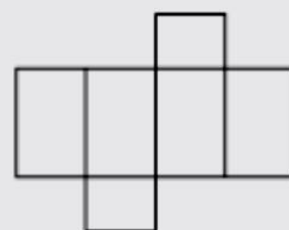
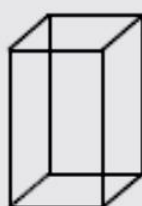
- Los *prismas* son poliedros que tienen dos caras paralelas e iguales llamadas bases y el resto de caras son paralelogramos.
- Las *pirámides* son poliedros que tienen una cara poligonal, llamada base, y el resto de caras son triángulos que concurren en un punto.
- El cilindro, el cono y la esfera son *cuerpos redondos*, ya que sus superficies laterales son curvas.
- Al girar alrededor de su eje un rectángulo, un triángulo y un semicírculo se obtienen un *cilindro*, un *cono* y una *esfera*, respectivamente.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Reconocer los elementos de un poliedro. Conocer y diferenciar los principales poliedros regulares.	• Elementos de un poliedro y su desarrollo. • Los poliedros regulares y sus características.	• Identificación de los elementos principales de un poliedro. • Construcción de los poliedros regulares y estudio de sus características.
2. Reconocer y distinguir los prismas y pirámides.	• Los prismas y las pirámides: elementos, tipos, desarrollo y características.	• Reconocimiento de los tipos de prismas y pirámides. • Identificación de sus desarrollos.
3. Distinguir los cuerpos redondos.	• El cilindro y el cono: elementos, desarrollo y características. • La esfera como cuerpo redondo.	• Descripción e identificación del desarrollo del cilindro y el cono.

CONCEPTO DE POLIEDRO



- Un **poliedro** es un cuerpo geométrico cuyas caras son polígonos.
- Los elementos del poliedro son:
Caras: polígonos que limitan al poliedro (6 en la figura adjunta).
Aristas: lados comunes a dos caras (12 en la figura adjunta).
Vértices: puntos donde se unen más de dos caras (8 en la figura adjunta).
- La superficie del poliedro se puede extender sobre un plano, y es lo que se denomina **desarrollo** del poliedro.

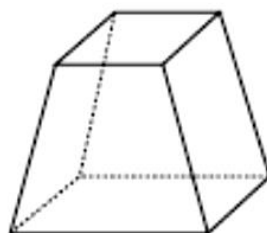


1 Indica en los siguientes poliedros el número de caras, aristas y vértices.

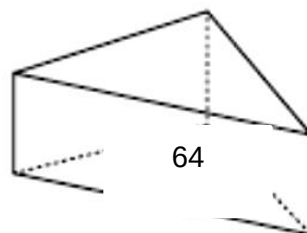
	CARAS	ARISTAS	VÉRTICES

2 En estos poliedros marca con un punto rojo los vértices y en azul las aristas.

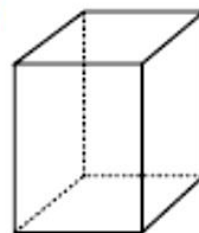
a)



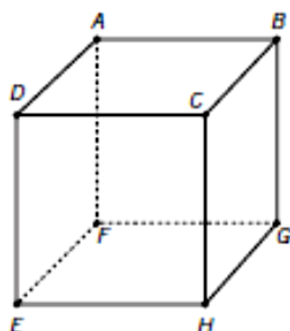
b)



c)



- 3 Fíjate en el siguiente poliedro y completa.

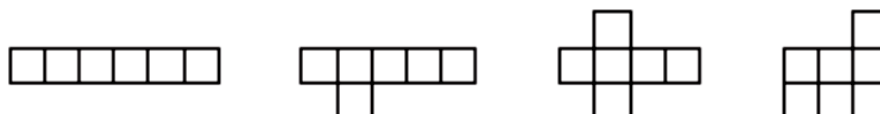


Los vértices son: $A, B,$

Las aristas son: $AB, BC,$

Las caras son: $ABCD,$

- 4 Un dado de parchís es un poliedro. ¿Cuál de las siguientes figuras sería su desarrollo?

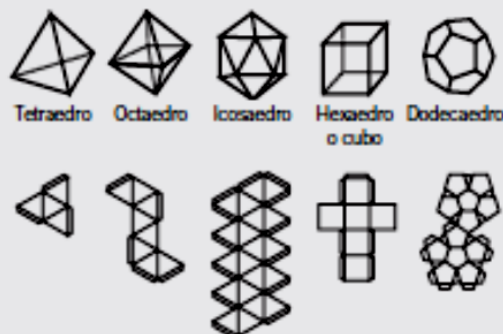


- 5 Observa el siguiente poliedro. Su desarrollo está Incompleto. Dibuja las partes que faltan.



POLIEDROS REGULARES

- Los **poliedros regulares** son aquellos poliedros cuyas caras son polígonos regulares (caras y ángulos iguales).
- Solo existen 5 poliedros regulares:



POLIEDRO	N.º DE CARAS	TIPO DE CARAS
Tetraedro	4	Triángulos equiláteros
Hexaedro o cubo	6	Cuadrados
Octaedro	8	Triángulos equiláteros
Dodecaedro	12	Pentágonos regulares
Icosaedro	20	Triángulos equiláteros

- 6** Fíjate en las siguientes figuras. Escribe el nombre del poliedro regular que representa cada una de ellas.



.....

.....

.....

.....

.....

- 7** Escribe el nombre del poliedro correspondiente.

- a) El tiene 4 caras, que son
- b) El tiene 6 caras, que son
- c) El tiene 8 caras, que son
- d) El tiene 12 caras, que son
- e) El tiene 20 caras, que son

- 8** Completa la siguiente tabla.

POLIEDRO	CARAS	VÉRTICES	ARISTAS	CARAS + VÉRTICES	ARISTAS + 2
Tetraedro	4	4	6	$4 + 4 = 8$	$6 + 2 = 8$
Hexaedro					
Octaedro					
Dodecaedro					
Icosaedro					

- 9** Contesta a las preguntas.

- a) ¿Cómo son las aristas de un poliedro regular?
- b) ¿Cuántas aristas se unen en el vértice de un poliedro regular?

- 10** Indica si son verdaderas o falsas (V o F) las siguientes afirmaciones.

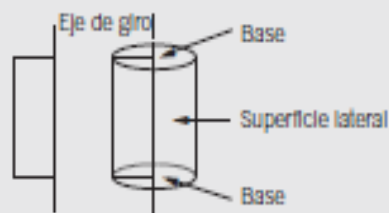
- a) En cualquier poliedro, sus caras son iguales.
- b) El menor número de caras de un poliedro regular es cuatro.
- c) En cada vértice de un poliedro regular concurre siempre el mismo número de aristas.
- d) Las caras de un poliedro regular son iguales.

CUERPOS REDONDOS

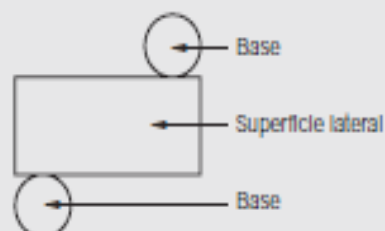
Los cuerpos redondos son aquellos cuyas superficies laterales son curvas.

Cilindro

- 2 bases iguales que son círculos.
- 1 superficie lateral curva.
- Se obtiene al girar un rectángulo sobre un eje.

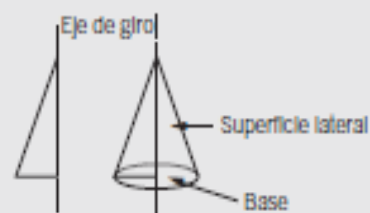


Desarrollo de un cilindro

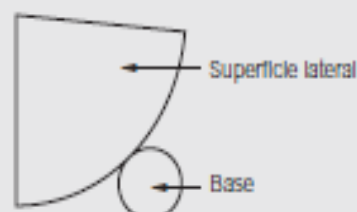


Cono

- 1 base que es un círculo.
- 1 superficie lateral curva.
- Se obtiene al girar un triángulo sobre un eje.

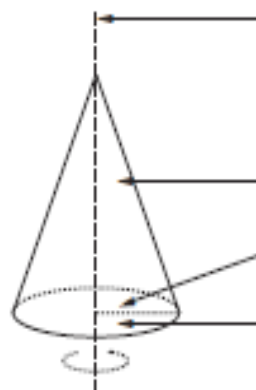
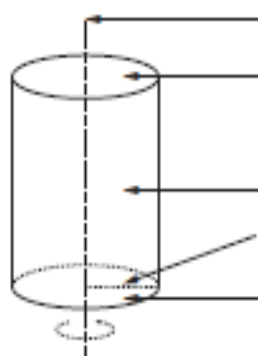


Desarrollo de un cono

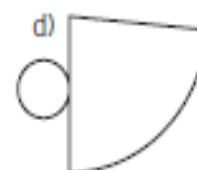
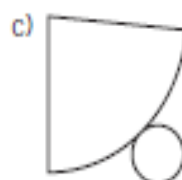
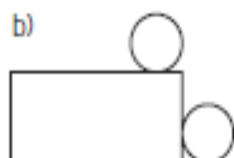
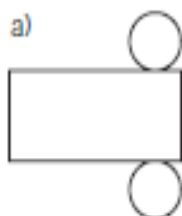


1 Nombra dos objetos de tu entorno que tengan forma de cilindro, y otros dos que tengan forma de cono.

2 Escribe los elementos principales del cilindro y del cono.



3 Indica cuáles de los desarrollos corresponden a un cilindro y cuáles a un cono.



13

FUNCIONES Y GRÁFICAS

La relación entre dos magnitudes ha sido ya tratada en este curso. Partiendo de los contenidos ya estudiados, planteamos como objetivo principal en este tema introducir a los alumnos en los conceptos gráficos de las expresiones algebraicas, las funciones, como primer paso hacia el estudio del lenguaje de la información y la expresión visual.

Se requiere por parte del alumnado un esfuerzo importante para asimilar la nomenclatura que se emplea a lo largo de la unidad: eje, tabla de valores, coordenadas, abscisa, variable, función, etc.

Todos estos términos se aplican en situaciones cotidianas cuando se quiere expresar la relación entre dos magnitudes.

Es importante que los alumnos utilicen correctamente los símbolos, el trazado de líneas y las representaciones gráficas en el plano. Algunas actividades representan el sistema de ejes para facilitar la resolución de ejercicios, pero en ocasiones el alumno debe elaborar las tablas y trazar los ejes cartesianos donde representar los pares de valores.

Puede resultar muy útil el empleo de transparencias y vídeos sobre funciones y gráficas para lograr una mejor comprensión de los conceptos que se tratan a lo largo de la unidad.

- Para representar puntos en el plano se utiliza un *sistema de coordenadas*, formado por dos rectas perpendiculares entre sí, denominadas *ejes de coordenadas*.
- El *origen de coordenadas* es el punto de corte de las rectas.
- El *eje de abscisas* es la recta horizontal y se representa por *OX* o *X*.
- El *eje de ordenadas* es la recta vertical y se representa por *OY* o *Y*.
- Cada *punto* se representa por un par ordenado de números (a, b) , llamados coordenadas, donde a es la *abscisa* y b la *ordenada*.
- Una *tabla* representa mediante pares de valores la relación entre dos magnitudes. Las tablas se pueden dibujar de forma horizontal o vertical.
- Una *gráfica* es la representación en el plano cartesiano de los pares de valores de una tabla o relación.
- Una *función* es una relación entre dos magnitudes variables, de forma que a cada valor de la variable independiente le corresponde un valor único de la variable dependiente.
- En una función hay que:
 - Determinar las *magnitudes* que se relacionan y en qué unidades se miden estas magnitudes.
 - Identificar la *variable independiente*.
 - Identificar la *variable dependiente*.
 - Determinar la relación entre ambas variables.

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Representar y localizar puntos en el eje de coordenadas.	• Coordenadas en el plano. • Características de los ejes de coordenadas.	• Representación de puntos en la recta y en el plano. • Identificación de puntos a partir de sus coordenadas.
2. Relacionar e interpretar tablas y pares de valores ordenados.	• Tabla de valores. • Relaciones en el plano.	• Formación de tablas de valores. • Representación en el plano de pares de valores ordenados.
3. Interpretar gráficas. Reconocer y comprender la idea de función.	• Variable independiente y dependiente. • Expresión algebraica y gráfica. • La función	• Identificación de la variable independiente y dependiente. • Interpretación gráfica de una expresión algebraica. • Realización de gráficas de funciones.

13

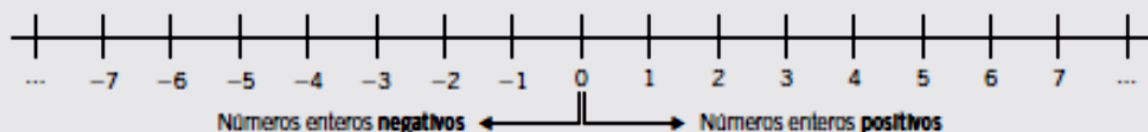
OBJETIVO 1

REPRESENTAR Y LOCALIZAR PUNTOS EN EL EJE DE COORDENADAS

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

REPRESENTACIÓN DE PUNTOS EN LA RECTA

- 1.º Dibujamos una recta.
 - 2.º Señalamos el origen O , que corresponde al valor cero.
 - 3.º Dividimos la recta en segmentos iguales (unidades), a la derecha e izquierda del cero.
 - 4.º A la **derecha** del origen colocamos los números enteros **positivos**.
 - 5.º A la **izquierda** del origen colocamos los números enteros **negativos**.
- Observa en la recta que los números están ordenados:



- 1 Representa en una recta los siguientes números enteros: $+5, -4, +8, 0, -1, -3, +6, +4, -6$.

- 2 Representa en una recta los números opuestos del ejercicio anterior.

- 3 Dados los números $-3, +5, -1, +4, +8, -7, +2, -6, -9, +10$:
 - a) Ordenalos de menor a mayor.
 - b) Representalos en la recta numérica.
 - c) ¿Cuál es el más alejado del origen?
 - d) ¿Y cuál es el más cercano?

COORDENADAS EN EL PLANO

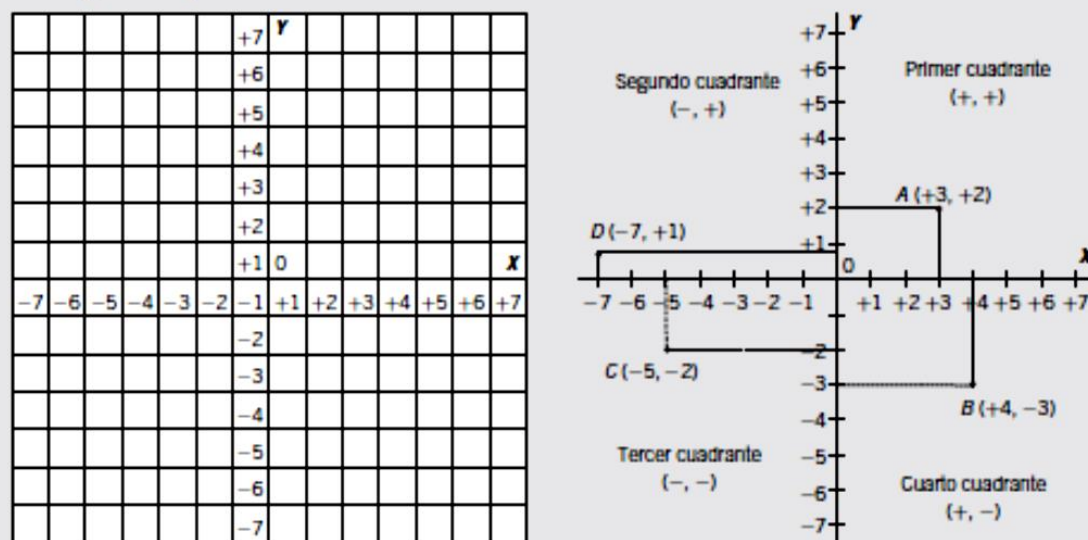
- Si cruzamos dos rectas numéricas (en las que están colocados los números enteros) se forma un plano donde se sitúan series de puntos.
- Las rectas se cruzan perpendicularmente, es decir, formando 90° , un ángulo recto:
 - Recta x : llamada también **eje de abscisas** u horizontal.
 - Recta y : llamada también **eje de ordenadas** o vertical.
- El punto en donde se cruzan las rectas se llama **origen** y es el valor cero.
- Cada punto en el plano tiene dos referencias numéricas llamadas **coordenadas**:

El primer número corresponde al eje X
 El segundo número corresponde al eje Y

}

Ejemplo: $A(+3, +2)$

Se forman 4 zonas o **cuadrantes**, cuyos puntos tienen las coordenadas que se indican en el siguiente esquema.



- 4 Indica en qué cuadrante del plano están situados los siguientes puntos de coordenadas.

	PRIMER CUADRANTE	SEGUNDO CUADRANTE	TERCER CUADRANTE	CUARTO CUADRANTE
$(-3, -4)$				
$(5, 2)$				
$(-1, 7)$				
$(2, -2)$				
$(-1, -4)$				
$(-2, 5)$				
$(3, -3)$				

14

PROBABILIDAD

El estudio matemático de la probabilidad surge históricamente vinculado a los juegos de azar.

Actualmente la probabilidad se utiliza en muchas disciplinas unidas a la Estadística: predicción de riesgos en seguros, estudios sobre la calidad de procesos industriales, etc.

Las posibles dificultades de la unidad son más de tipo conceptual que de procedimientos, ya que los cálculos numéricos y las técnicas utilizadas son muy sencillos.

Se debe incidir en la correcta comprensión y aplicación de los conceptos claves de la unidad: experimento aleatorio y determinista, espacio muestral, suceso, tipos de frecuencias, probabilidad y regla de Laplace.

La resolución de los ejercicios permitirá a los alumnos asimilar los diferentes conceptos. Se hace especial hincapié en el cálculo de la probabilidad de un suceso, y la aplicación de la regla de Laplace en contextos de equiprobabilidad.

Convendrá explicar las similitudes entre las propiedades de las frecuencias y de la probabilidad, y mostrar su utilidad para resolver problemas o comprobar si las soluciones son correctas.

- *Experimento aleatorio*: repetido en igualdad de condiciones no se conoce el resultado.
- *Suceso elemental*: cada uno de los resultados posibles de un experimento aleatorio.
- Un *suceso* está formado por varios sucesos elementales. *Suceso seguro*: se verifica siempre. *Suceso imposible*: nunca se verifica.
- *Frecuencia absoluta* (f_i): número de veces que aparece el suceso al repetir el experimento aleatorio n veces.

$$\text{Frecuencia relativa: } \frac{f_i}{n}$$

- *Probabilidad de un suceso*: número hacia el cual se aproxima la frecuencia relativa conforme aumenta el número de repeticiones de un mismo experimento.
- Regla de Laplace:

$$P(\text{suceso}) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos desfavorables}}$$

OBJETIVOS	CONTENIDOS	PROCEDIMIENTOS
1. Distinguir entre experimento aleatorio y determinista.	• Experimento determinista. • Experimento aleatorio.	• Clasificación de experimentos.
2. Obtener el espacio muestral de un experimento aleatorio.	• Espacio muestral.	• Determinación del espacio muestral de un experimento aleatorio.
3. Obtener los sucesos elementales, el suceso seguro y el suceso imposible de un experimento aleatorio.	• Suceso elemental. • Suceso seguro. • Suceso imposible.	• Obtención de los sucesos elementales, suceso seguro e imposible de un experimento aleatorio.
4. Obtener la frecuencia absoluta y la frecuencia relativa de un suceso.	• Frecuencia absoluta. • Frecuencia relativa.	• Obtención de las frecuencias absolutas y relativas.
5. Calcular la probabilidad de un suceso.	• Probabilidad de un suceso. • Regla de Laplace.	• Utilización de la regla de Laplace para calcular probabilidades.

14

OBJETIVO 1 DISTINGUIR ENTRE EXPERIMENTO ALEATORIO Y DETERMINISTA

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

Un **experimento determinista** es aquel experimento que una vez estudiado podemos predecir, es decir, saber lo que sucederá antes de que ocurra.

Por ejemplo:

- Si ponemos un recipiente con agua a calentar, sabemos que a 100 °C el agua hervirá.
- Si un coche circula a 100 km/h, y tarda en hacer un trayecto 2 horas, habrá recorrido 200 km.

Para expresar los resultados de experimentos deterministas se suele emplear la frase:

«Es seguro que...».

Un **experimento aleatorio** es aquel cuyo resultado no se puede predecir, es decir, por muchas veces que repitamos el experimento en igualdad de condiciones, no se conoce el resultado.

El lenguaje utilizado para expresar experimentos aleatorios está relacionado con situaciones de incertidumbre, ya que se trata de situaciones de azar: «Es más probable que, es igual de probable que salga, es imposible, es poco probable, es más seguro, es improbable, es casi seguro...».

Por ejemplo:

- Si lanzamos un dado, no podemos predecir el número que saldrá.
- Cuando sacamos una bola de una caja que contiene bolas de diferentes colores, no podemos predecir el color que obtendremos.

- 1** Clasifica los siguientes experimentos. Si el experimento es aleatorio, escribe un posible resultado.

EXPERIMENTO	DETERMINISTA	ALEATORIO	
Lanzar un dado		×	Sacar un 3
El resultado de dividir 10 entre 2	×		
En una caída libre de 5 metros, conocer la velocidad que se alcanza			
Lanzar una moneda al aire			
Sacar una carta de una baraja española			
Saber la fecha de tu nacimiento			
Sacar una ficha roja de una caja donde hay 20 fichas rojas y 5 fichas azules			
Al lanzar un dado, obtener una puntuación mayor que 5			
El resultado de elevar un número al cuadrado			
El tiempo que va a hacer mañana			

OBJETIVO 2

OBTENER EL ESPACIO MUESTRAL DE UN EXPERIMENTO ALEATORIO

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

- El **espacio muestral** es el conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. Se representa por E .
- Cada uno de los resultados posibles se denomina **suceso elemental**.

EJEMPLO

EXPERIMENTO	ESPACIO MUESTRAL	SUCESOS ELEMENTALES
Lanzar una moneda	$E = \{\text{cara, cruz}\}$	cara (c) y cruz (x)
Lanzar un dado	$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$	1, 2, 3, 4, 5 y 6

↑
Todos los resultados
posibles.

↑
Cada uno de los
resultados posibles.

- Se tiene un dado en forma de tetraedro (ocho caras numeradas del 1 al 8).
 - ¿Cuál es el espacio muestral del experimento?
 - ¿Cuáles son los sucesos elementales del experimento aleatorio que consiste en tirar el dado?
- Determina el espacio muestral de un experimento que consiste en sacar tres bolas, sin introducir la bola que se saca, de una urna que contiene tres bolas numeradas de 1 a 3.
- Di cuál es el espacio muestral de un experimento que consiste en sacar dos bolas, sin introducir la bola que se saca, de una urna que contiene dos bolas numeradas como 1 y 2.
- Se lanzan dos dados y se suman los puntos. ¿Cuántos resultados distintos se pueden obtener? Forma el espacio muestral.

14

OBJETIVO 3

SUCESO ELEMENTAL, SUCESO SEGURO Y SUCESO IMPOSIBLE

NOMBRE: _____ CURSO: _____ FECHA: _____

- Un **suceso** está formado por uno o varios sucesos elementales.
- El **suceso seguro** está formado por todos los resultados posibles (sucesos elementales). Se verifica siempre.
- El **suceso imposible** no contiene ningún suceso elemental. Nunca se verifica.

EJEMPLO

En el experimento de lanzar un dado al aire, un **suceso seguro** es obtener un número menor que 7 y un **suceso imposible** es obtener el número 30.

- 1** Se tiene una baraja de cartas española. Realizamos el experimento de sacar una carta. Escribe los sucesos elementales.

- Sacar oros.
- Sacar un 5.
- Sacar una figura.
- Sacar bastos.

- 2** Se tienen ocho cartas numeradas del 1 al 8. Realizamos el experimento aleatorio de sacar una carta. Escribe los sucesos elementales.

- Obtener número par.
- Obtener múltiplo de 3.
- Obtener número mayor que 4.

- 3** De los siguientes experimentos, indica qué sucesos son seguros e imposibles.

EXPERIMENTO	SUCESO SEGURO	SUCESO IMPOSIBLE
De una baraja española de 40 cartas, sacar picas		
En una bolsa con 2 bolas rojas y 3 verdes, obtener una bola azul		
En una caja con fichas numeradas del 1 al 4, obtener una ficha con un número menor que 5		
Al lanzar un dado al aire, obtener un número mayor que 6		
Al tirar dos dados al aire y sumar la puntuación de sus caras, obtener 0		
Al tirar dos dados al aire y sumar la puntuación de sus caras, obtener 3		
Al tirar dos dados al aire y multiplicar la puntuación de sus caras, obtener 40		

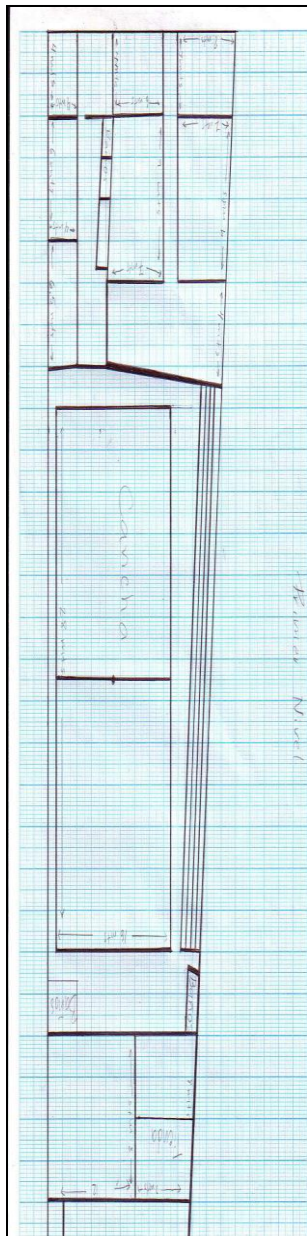
414

(Carrera, 2009)

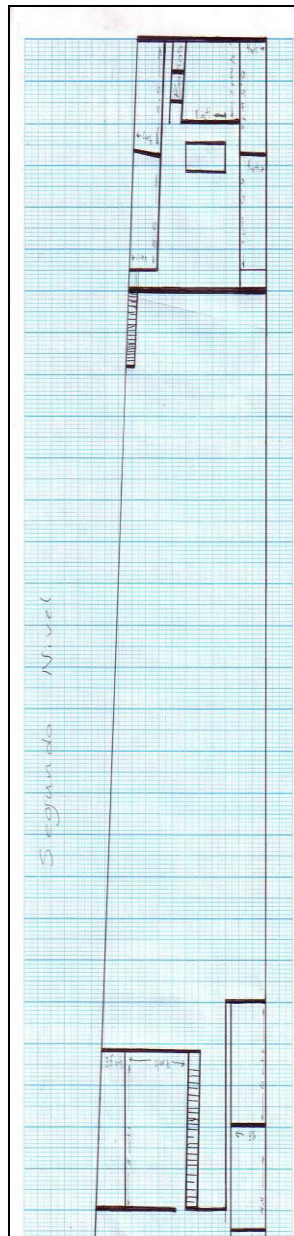
ANEXOS

Anexo 1
Plano de la institución

Primer nivel



segundo nivel



tercer nivel



Fuente:(EDIVER, 2008)